

**MACHINES A FLUIDES COMPRESSIBLES
TURBINES ET COMPRESSEURS**

Novembre 2008

**Robert REY
Professeur**

I - THERMODYNAMIQUE DES MACHINES DE COMPRESSION ET DE DETENTE

- 1-1 – Expressions du travail indiqué.
- 1-2 – Compression et détente isentropiques.
- 1-3 – Evolution polytropique.

II – TURBOMACHINES DE DETENTE

- 2-1 – Configuration de l'étage de turbine.
- 2-2 – Méthodologie de dimensionnement.
- 2-3 – Blocage du débit.
- 2-4 – Caractéristiques adimensionnelles.
- 2-5 – Annexe 1 : Réalisations technologiques

III – LES COMPRESSEURS

- 3-1 – Equations générales.
- 3-2 – Etage axial de compression.
- 3-3 – Caractéristiques globales des compresseurs axiaux.
- 3-4 – Compresseurs volumétriques alternatifs.
- 3-5 – Annexe 2 : Réalisations technologiques.

I - THERMODYNAMIQUE DES MACHINES DE COMPRESSION ET DE DETENTE :

Les machines de compression et de détente peuvent être schématisées suivant les deux grands modèles de la figure 1 où l'on peut noter les grandeurs les plus significatives :

- Le débit masse q et les vitesses absolues C_1 et C_2 .
- Les caractéristiques d'état du fluide à l'entrée (p_1, T_1) et à la sortie (p_2, T_2).
- La chaleur reçue par le fluide Q_e entre l'entrée et la sortie. Par convention, Q_e est comptée positivement si elle est reçue par le fluide et négativement dans le cas contraire.
- τ_{th} le travail échangé entre le fluide et l'opérateur de la machine (piston, palette, roue ailetée, etc....). On l'appelle également : travail indiqué, travail moteur, travail interne,...

Pour une machine de compression τ_{th} est reçu par le fluide, pour une machine de détente, c'est le fluide qui communique τ_{th} à l'opérateur.

Le travail de frottement τ_f est directement lié à la viscosité du fluide. Pour les fluides compressibles de faible masse volumique, le travail des forces de pesanteur est généralement négligeable.

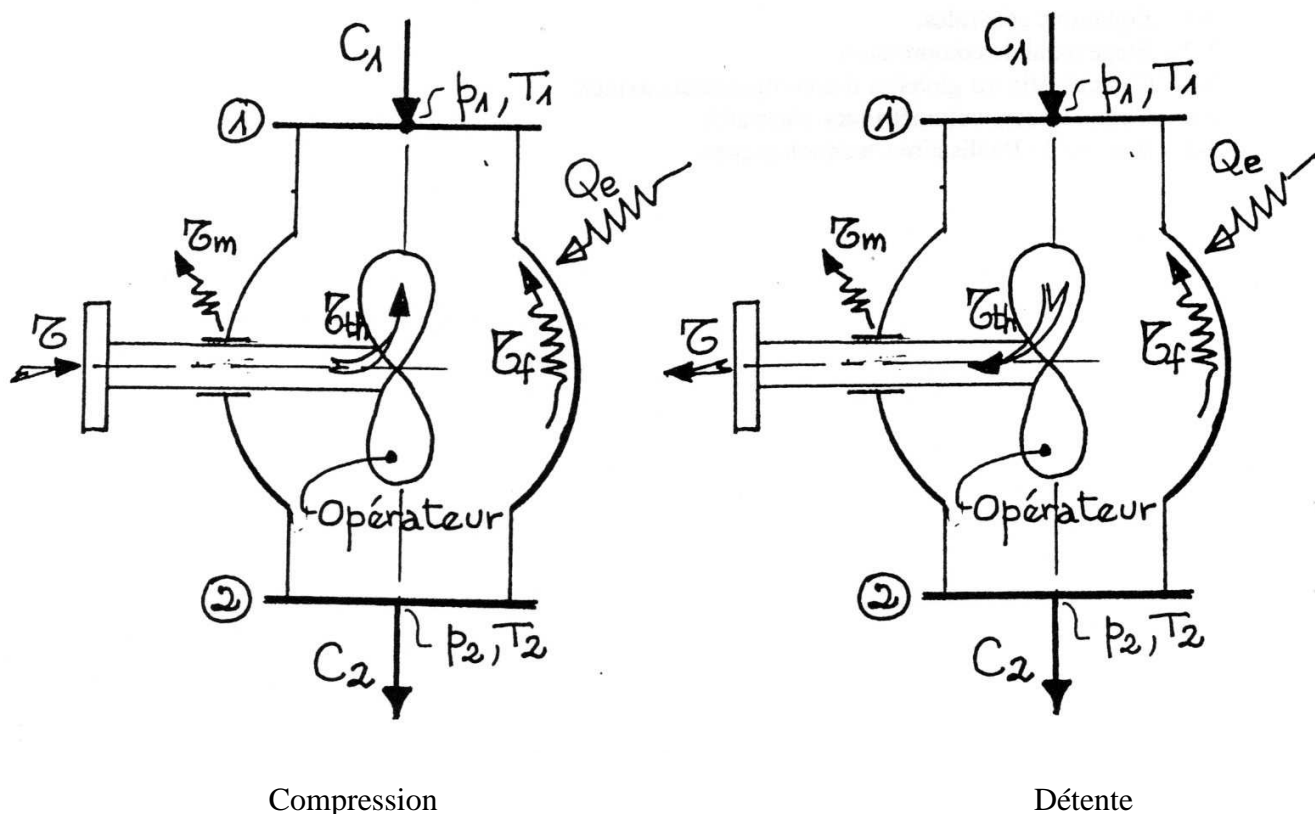


Figure 1 : Machines de compression et de détente.

Suivant le cas, le travail sur l'arbre est supérieur ou inférieur au travail théorique. Les pertes mécaniques τ_m matérialisent les frottements sur les paliers et le dispositif d'étanchéité.

I-1 – Expressions du travail indiqué :

Le premier principe de la thermodynamique, écrit pour un système ouvert en mouvement permanent, est utilisé pour les machines à fluide :

$$\boxed{\pm \tau_{th} + Qe = \Delta h + \Delta \frac{C^2}{2}} \quad (1)$$

avec Δ : valeur finale – valeur initiale ou valeur de sortie – valeur d'entrée.

+ : machine de compression.

– : machine de détente.

L'enthalpie h du fluide est introduite par :

$$h = \int \frac{dp}{\rho} + \int TdS \quad (2)$$

l'enthalpie totale H :

$$H = h + \frac{C^2}{2} \quad (3)$$

l'entropie S :

$$TdS = d(Qe + \tau_f) \quad (4)$$

Ainsi, on retiendra deux formes principales du travail indiqué : **la forme énergétique** (5) issue directement de (1) et **la forme dynamique** (6) issue de (1), (2) et (4) :

$$\boxed{\tau_{th} = \pm \left[\Delta h + \Delta \frac{C^2}{2} - Qe \right]} \quad (5)$$

$$\boxed{\tau_{th} = \pm \left[\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta \frac{C^2}{2} + \tau_f \right]} \quad (6)$$

avec + : machine de compression

– : machine de détente

L'équation dynamique (6) ne peut être intégrée que dans quelques cas particuliers où l'évolution de la masse volumique du gaz est connue et facilement modélisable comme nous le verrons ultérieurement.

Une dernière forme est également utilisable pour les **turbomachines** (machines rotodynamiques où les échanges énergétiques s'effectuent principalement par variation de la quantité de mouvement du fluide entre l'entrée et la sortie du rotor), c'est la forme cinématique (ou équation d'Euler des turbomachines) déjà examinée :

$$\boxed{\tau_{th} = \pm [U \Delta Cu]} \quad (7)$$

\pm mêmes conventions de signe.

Equation d'état des gaz parfaits :

Elle permet de calculer la troisième variable d'état à partir des deux autres, nous retiendrons la loi des gaz parfaits sous sa forme établie par Mariotte :

$$\frac{p}{\rho} = r T \quad (8)$$

avec r : constante du gaz.

On démontre que pour les gaz parfaits, on peut écrire :

$$dh = C_p dT \quad (9)$$

Suivant la nature du gaz, C_p et C_v varient faiblement ou non en fonction de la température (tableau 1).

Rappels :

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (10)$$

$$r = C_p - C_v \quad (11)$$

$$C_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (12)$$

$$C_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad (13)$$

Tableau – Valeurs, pour différents gaz, de la masse molaire, de la constante r et de c_p (en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$) en fonction de la température															
Nature du gaz	Symbole	Masse molaire (en $kg \cdot mol^{-1}$)	r (en $J \cdot kg^{-1} K^{-1}$)	Température (en $^{\circ}C$)											
				0	15	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Air		0,02898	287	1004	1005	1014	1025	1040	1070	1092	1113	1134	1155	1169	1184
Azote	N_2	0,028	297	1037	1037	1046	1052	1069	1092	1117	1138	1163	1182	1201	1215
Ammoniac	NH_3	0,017	489	2054	2078	2205	2387	2573	2736	3931	3096	3255	3398	3532	3653
Dioxyde de carbone	CO_2	0,044	189	820	835	920	996	1067	1121	1163	1201	1230	1255	1270	1276
Dioxyde de soufre	SO_2	0,064	130	606	616	665	715	753	786	807	823	841	849	857	866
Éthylène	C_2H_4	0,028	297	1410	1516	1854	2201	2498	2749	2971	3151	3327	3477	3607	3724
Hydrogène	H_2	0,002	4157	14229	14279	14438	14521	14542	14634	14660	14773	14940	15128	15317	15526
Méthane	CH_4	0,016	520	2155	2190	2452	2795	3172	3498	3812	4084	4321	4540	4758	4942
Monoxyde d'azote	NO	0,030	277	997	997	997	1012	1033	1062	1088	1109	1129	1146	1159	1171
Monoxyde de carbone	CO	0,028	297	1039	1041	1046	1058	1079	1104	1129	1159	1180	1201	1217	1237
Oxyde d'azote	N_2O	0,044	189	849	865	954	1025	1083	1129	1175	1209	1242	1263	1280	1297
Oxygène	O_2	0,032	260	916	916	933	962	996	1025	1050	1075	1080	1100	1113	1123
Sulfure d'hydrogène ..	H_2S	0,034	244	1025	1030	1062	1111	1163	1213	1268	1318	1364	1406	1439	1473
Vapeur d'eau loin de la liquéfaction	H_2O	0,018	462	1853	1856	1881	1933	1987	2054	2117	2184	2255	2326	2393	2456

Pour l'air, on retiendra généralement :

r	=	287	$J/kg^{\circ}K$
γ	=	1,4	
C_p	=	1000	$J/kg^{\circ}K$
C_v	=	713	$J/kg^{\circ}K$

Cas particuliers :

Quelques cas particuliers permettent une application rapide et très explicite de ces équations générales : **chaudière, échangeur, chambre de combustion**. Dans ces appareils, pas d'échange de travail moteur avec l'extérieur et variation d'énergie cinétique négligeable ; la forme énergétique donne :

$$\Delta h = Q_e = \int_1^2 C_p dT \quad (14)$$

soit pour C_p constant : $\Delta h = C_p (T_2 - T_1)$

laminage dans une vanne calorifugée :

$$\tau_{th} = Q_e = 0$$

Lorsque la variation d'énergie cinétique n'est pas prise en compte, l'équation (5) se réduit à :

$$\Delta h = 0 \quad \text{ou} \quad h = \text{cte} \quad (15)$$

soit une évolution isenthalpique.

I-2 – Compression et détente isentropiques :

C'est l'évolution retenue pour les fluides compressibles dans le cas particulier réunissant simultanément les deux conditions :

- évolution adiabatique : $Q_e = 0$
- fluide non visqueux : $\tau_f = 0$

Soit encore d'après (4) :

$$T dS = 0 \text{ ou } S = \text{cte}$$

L'équation de Laplace est l'équation retenue pour décrire cette évolution isentropique :

$$\boxed{\frac{p}{\rho^\gamma} = \text{cte}} \quad (16)$$

γ : exposant isentropique défini en (10).

Evolution de la température :

En retenant 1 comme indice initial et 2 comme indice final, l'évolution de la température est calculable par une combinaison de (16) et (8).

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (17)$$

L'indice 2S caractérise l'évolution isentropique (figure 2). Les températures sont exprimées en °K et les pressions sont des pressions absolues.

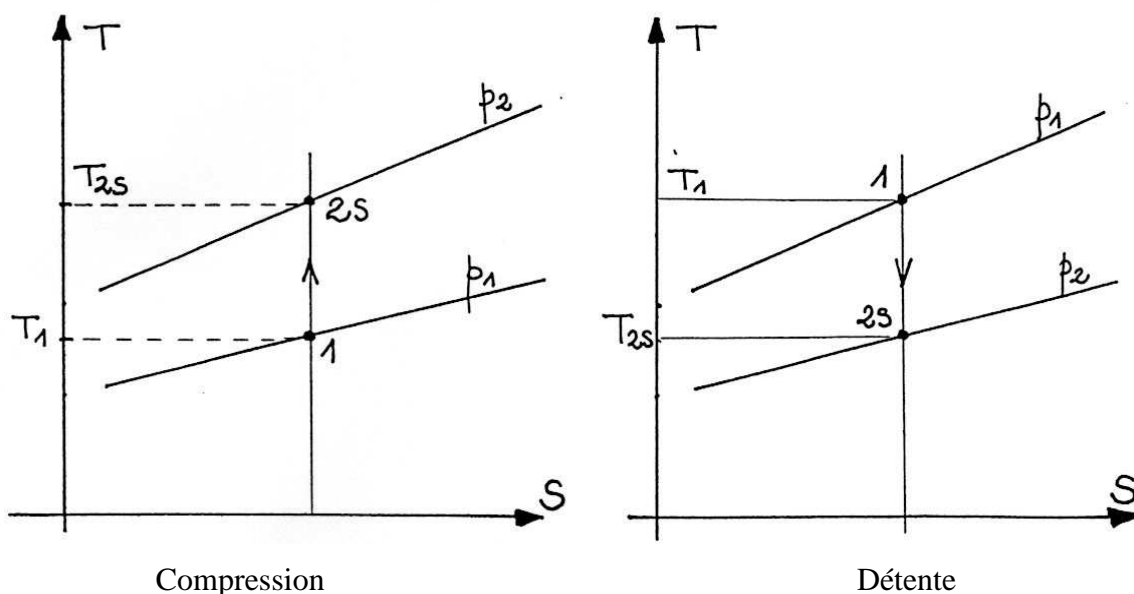


Figure 2 : Compression et détente isentropiques dans le diagramme T-S.

Travail moteur :

L'expression du travail moteur est calculable en exprimant ρ à partir de l'équation de Laplace (16).

Pour l'évolution isentropique, on obtient d'après (6) :

$$\tau_{th} = \pm \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_1}{\rho_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] - 1 + \Delta \frac{C^2}{2} \right] \quad (18)$$

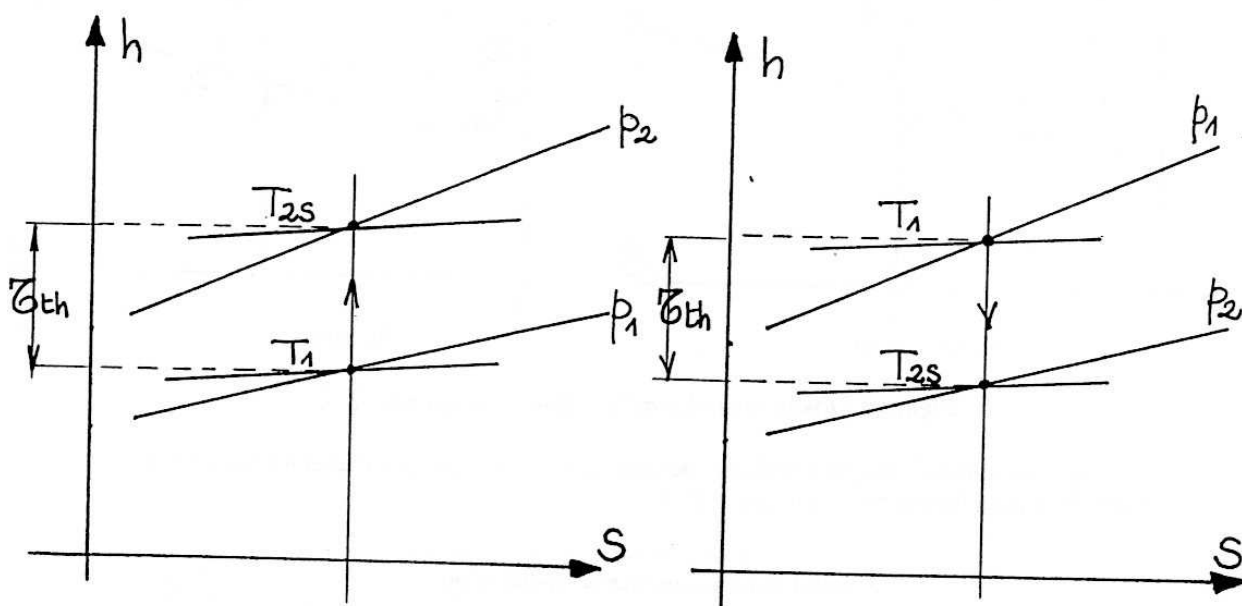
et d'après (17) et (12) :

$$\tau_{th} = \pm \left[C_p (T_{2s} - T_1) + \Delta \frac{C^2}{2} \right] \quad (19)$$

On pouvait obtenir directement cette équation (19) à partir de la forme énergétique du travail moteur (5) et de l'équation des fluides parfaits (9) pour C_p constant.

$$\Delta h_s = C_p (T_{2s} - T_1) \quad (20)$$

Enfin, en négligeant la variation d'énergie cinétique, le diagramme h - S donne directement le travail moteur. Pour C_p constant, les isothermes sont des horizontales (figure 3).



Compression

Détente

Figure 3 : Compression et détente isentropiques dans le diagramme h - S .

I-3 – Evolution polytropique :

En fluide réel, les frottements internes τ_f se dissipent en chaleur et conduisent, en fin de compression ou de détente, à une température différente de celle correspondant à l'évolution isentropique. A ce phénomène se superpose, en s'additionnant ou se retranchant, l'échange de chaleur Q_e avec l'extérieur. La connaissance précise de l'évolution réelle nécessiterait une mesure continue de la pression et de la température en un grand nombre de points à l'intérieur de la machine. Seules les données d'entrée et de sortie étant généralement disponibles, on cale l'évolution sur une caractéristique de forme similaire à celle de l'isentropique. On définit ainsi un exposant polytropique k à partir de la relation :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (21)$$

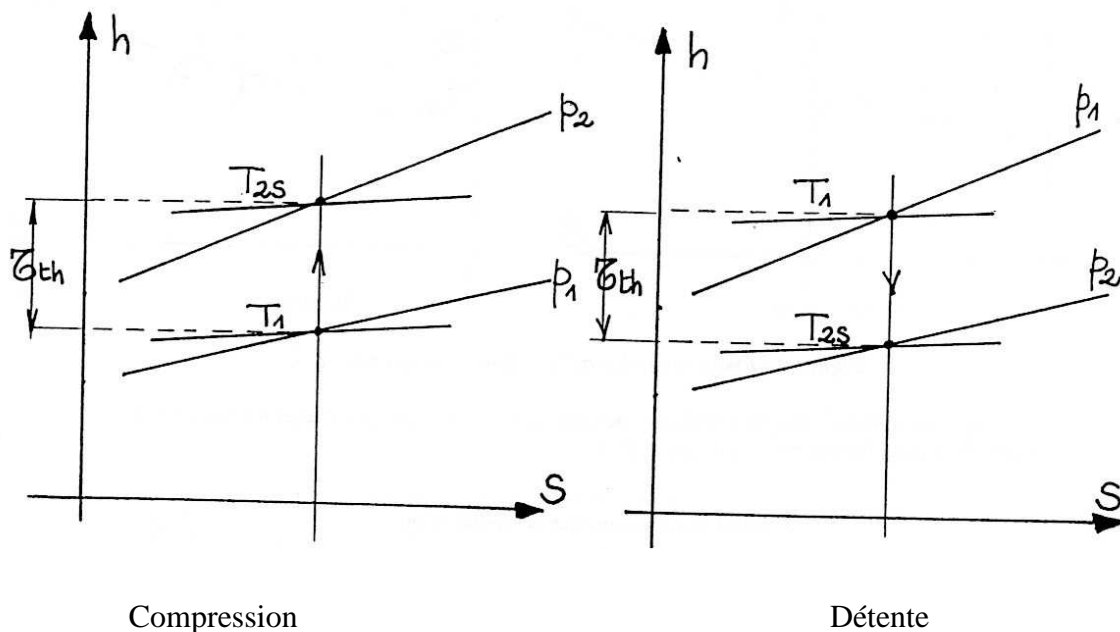


Figure 4 : Evolution polytropique dans le diagramme T-S.

Pour une machine calorifugée (évolution adiabatique) les mesures effectuées à l'entrée et à la sortie de la machine permettent le calcul de k .

$k > 1,4$ pour la compression adiabatique $k < 1,4$ pour la détente adiabatique
--

(22)

Rendement indiqué :

C'est le rapport des travaux à fournir ou reçu de la part du fluide par rapport à celui correspondant à l'évolution isentropique :

On aura d'après (6) :

$$\eta_s = \frac{\pm \left[\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta \frac{C^2}{2} + \tau_f \right]}{\pm \left[\int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta \frac{C^2}{2} \right]} \quad (23)$$

En négligeant l'énergie cinétique, le rendement indiqué se transforme en :

Pour la compression :
$$\eta_s = \frac{C_p(T_{2s} - T_1)}{C_p(T_2 - T_1)} = \frac{(p_2/p_1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{(p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}} - 1} \quad (24)$$

Pour la détente :
$$\eta_s = \frac{C_p(T_2 - T_1)}{C_p(T_{2s} - T_1)} = \frac{(p_2/p_1)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{(p_2/p_1)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1} \quad (25)$$

Ces grandeurs sont calculables à partir des mesures à l'entrée et à la sortie.

Lorsque p_2/p_1 est proche de 1, un développement limité au premier ordre, donne les valeurs approchées :

Compression :
$$\eta_s = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{k}{k-1} \quad (26)$$

Détente :
$$\eta_s = \frac{k-1}{k} \frac{\gamma}{\gamma-1} \quad (27)$$

Ces expressions permettent de lier directement l'exposant polytropique k avec le rendement indiqué. Elles sont particulièrement intéressantes au stade de l'avant projet. Dans le diagramme h - S le rendement indiqué est directement accessible.

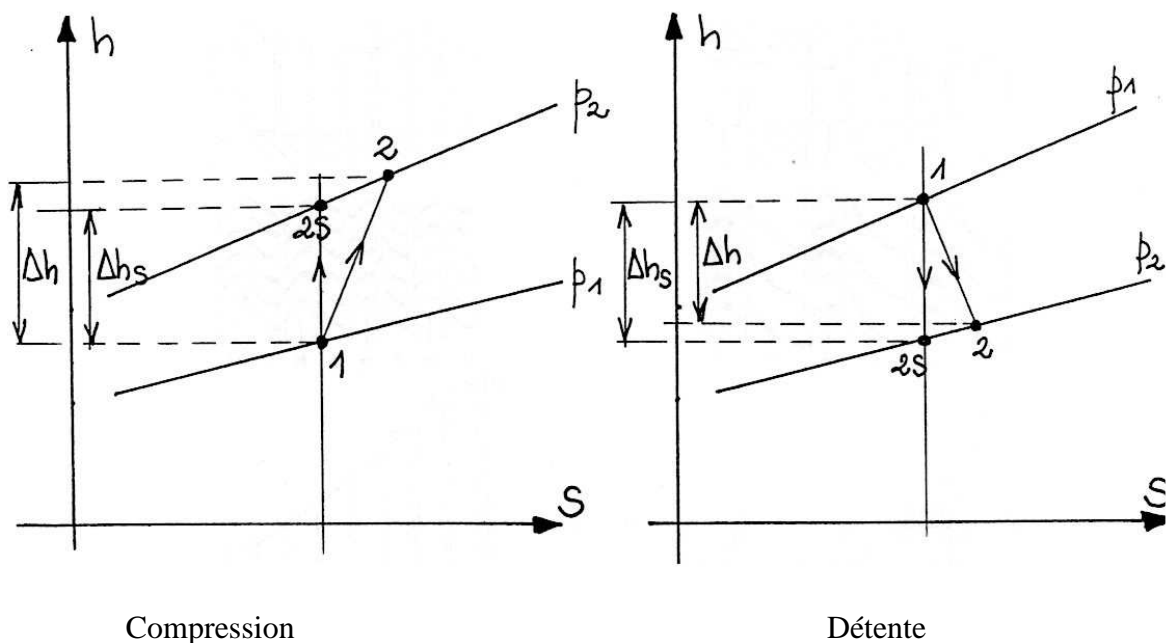


Figure 5 : Evolution polytropique dans le diagramme h - S .

Compression :
$$\eta_s = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} \quad (28)$$

Détente :
$$\eta_s = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} \quad (29)$$

II – TURBOMACHINES DE DETENTE.

Les applications des turbines à gaz et à vapeur sont nombreuses et variées. Elles sont justifiées par la grande puissance massique de ces machines :

- Applications aéronautiques : turboréacteurs et turbomoteurs (Annexe 1 - Figures A1 à A4).
- Applications spatiales : turbopompes.
- Production électrique centralisée par unités de plusieurs centaines de MW (Annexe 1 - Figure A5).
- Production électrique décentralisée avec ou sans cogénération et/ou cycles combinés (Annexe 1 - Figure A6).

Les enjeux économiques et industriels en relation avec ces machines sont donc très importants et relèvent largement d'efforts et d'investissement multinationaux.

Dans les turbines à gaz ou à vapeur, les étages sont de type à action ou à réaction. Le degré de réaction caractérise la chute de d'enthalpie assurée par la roue ramenée à la chute d'enthalpie dans l'étage. Cette caractéristique est obtenue par une géométrie d'aubages très caractéristique (Figure 6 et 7).

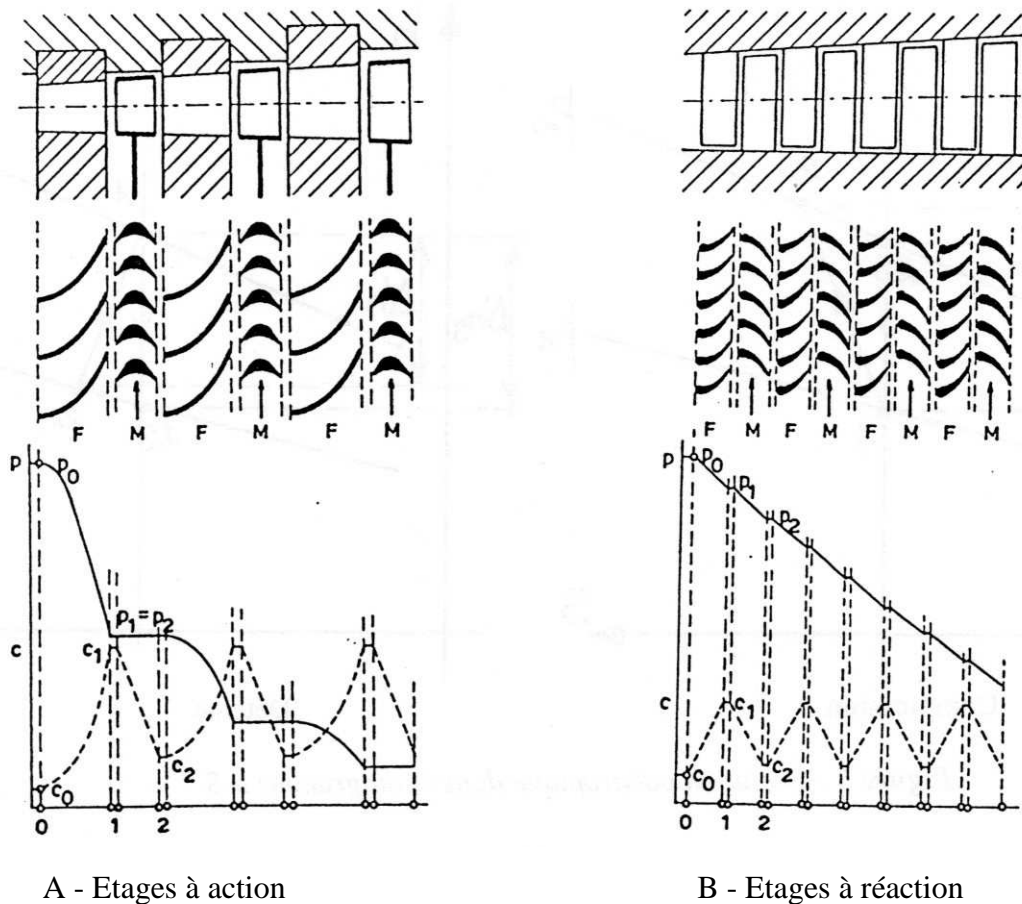


Figure 6 : Etages à action et à réaction [réf 1].

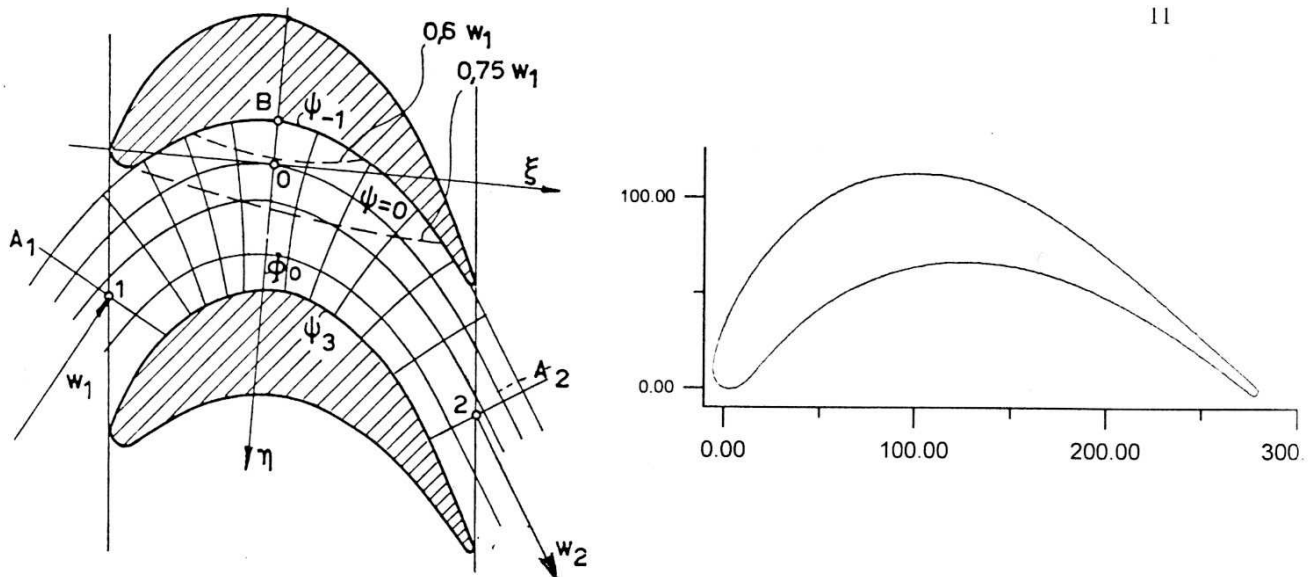


Figure 7 : Formes typiques d'aubages rotoriques à action [1].

Pour conserver une vitesse débitante axiale constante, on observe une augmentation de l'envergure des aubages en cours de détente. Dans certains cas, l'ensemble est ceinturé à la périphérie (figure 8). En général, les aubages rotoriques sont rapportés sur le disque formant la roue (figure 9).

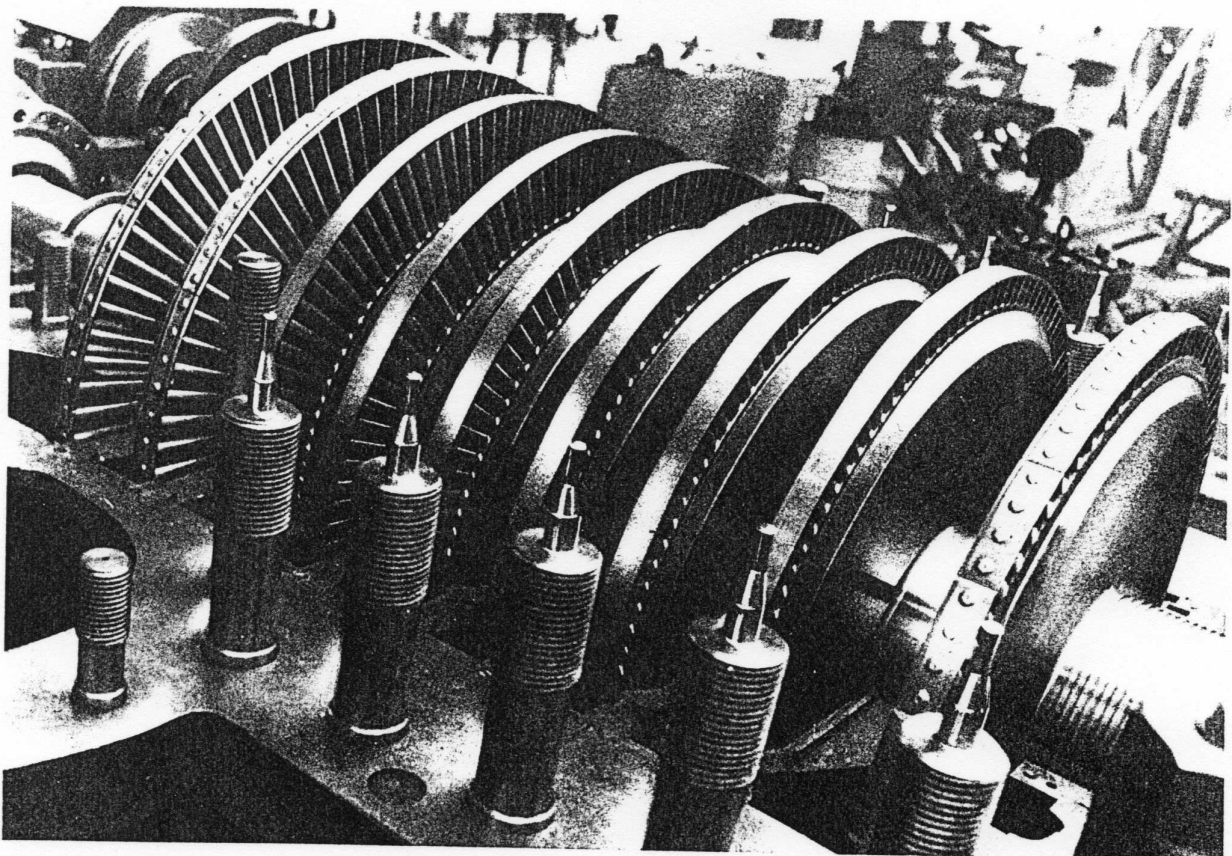


Figure 8 : Turbine à vapeur multiétage à plan de joint horizontal

(Fives – Cail Babcock).

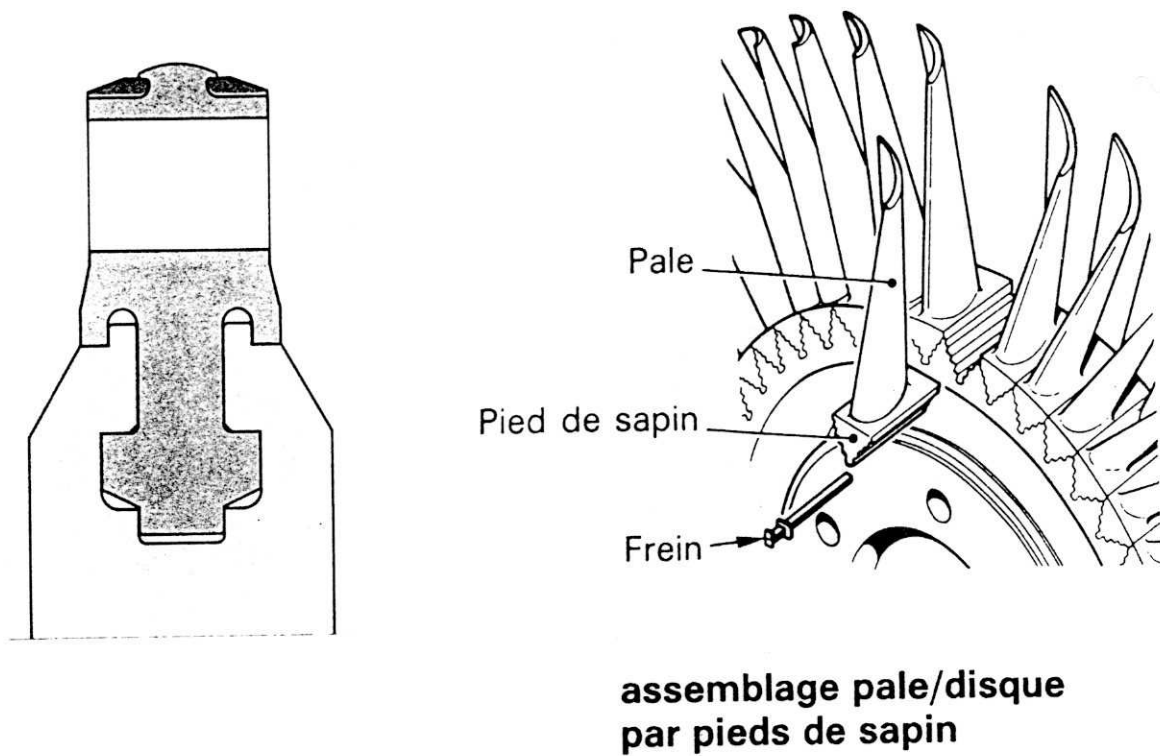


Figure 9 : Divers dispositifs de fixation des pales [réf 2].

La majorité des turbines à vapeur sont à plan de joint horizontal avec des dispositifs d'étanchéité sans contact de type labyrinthes (figures 10 et 11).

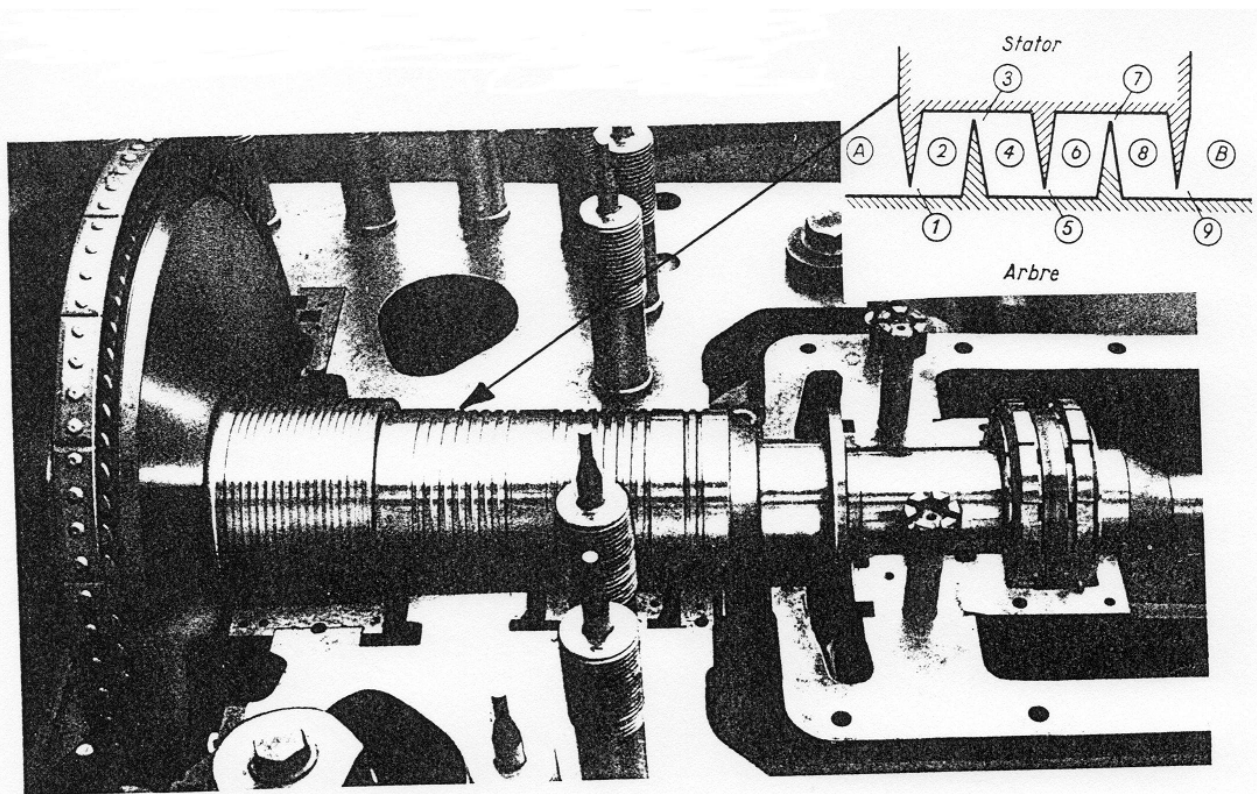
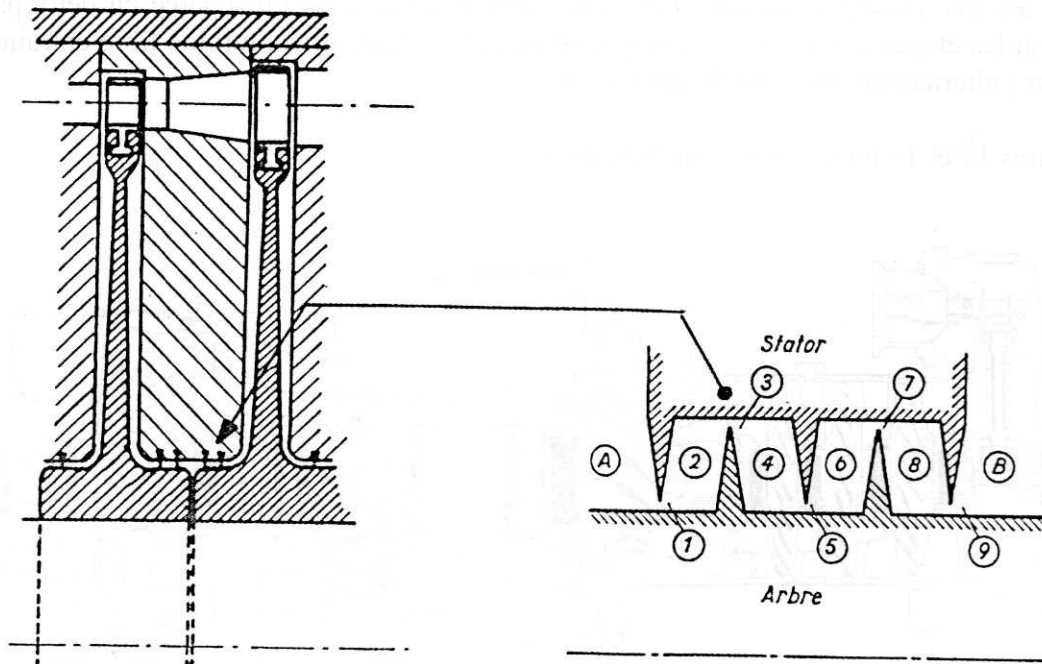


Figure 10 : Dispositif d'étanchéité vers l'extérieur de type labyrinthe [réf 3].



Les turbines à gaz sont constituées de trois sous-ensembles distincts : les compresseurs, la chambre de combustion et les étages de turbines (figure 12).

Suivant les cas, l'étage de détente est mono-arbre (turbine liée) ou séparée en deux parties : l'étage ou les étages entraînant les compresseurs et les étages dits à turbine libre entraînant le récepteur ; alternateur, rotor d'hélicoptère, etc...

Les figures 12 et 13 montrent ces particularités :

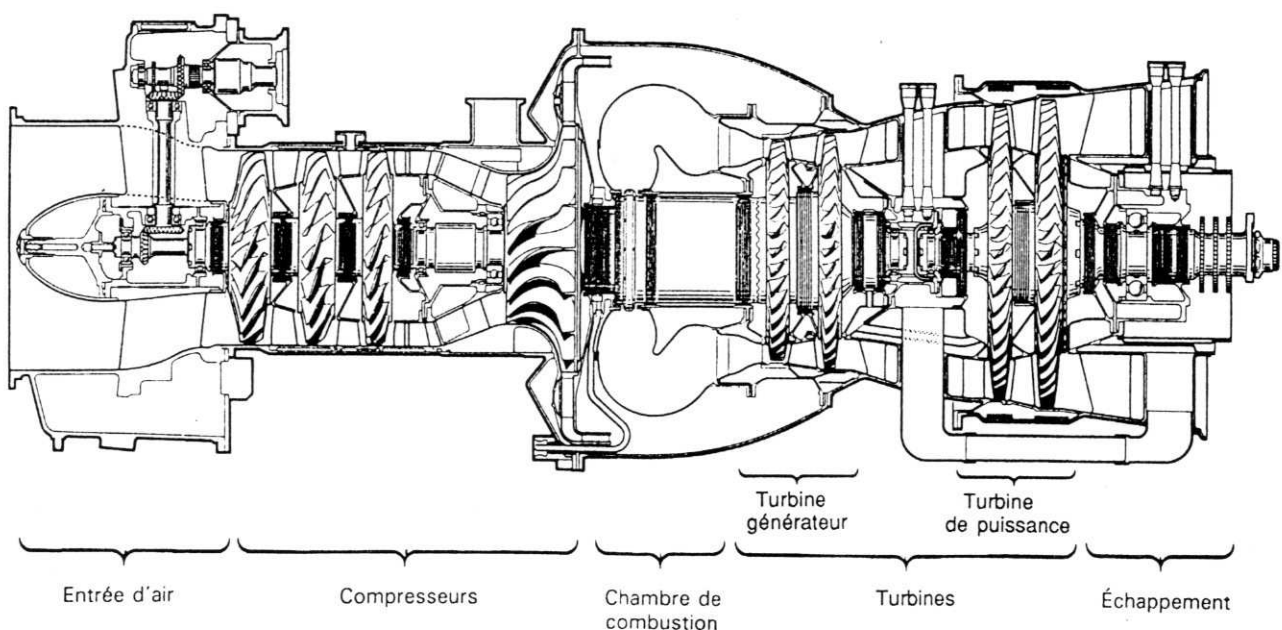


Figure 12 : Sous-ensembles constituant la turbine à gaz [2].

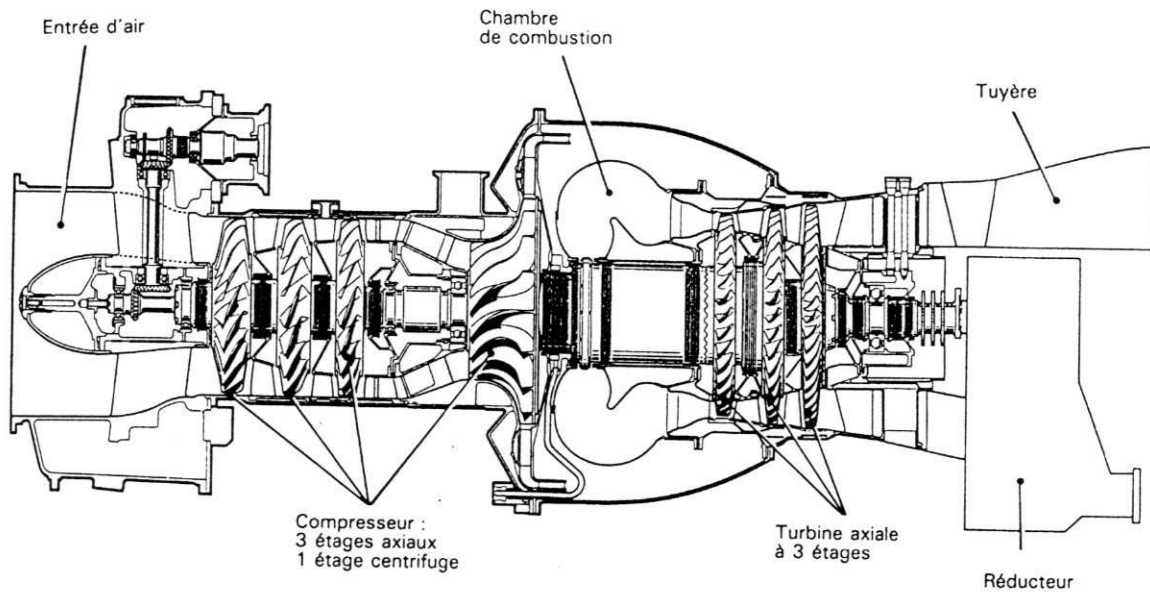


Figure 13 : Turbomoteur à turbine liée Makila 3G (Turboméca).

Le rendement global des turbines dépendant directement de la température à la sortie de la chambre de combustion, la tenue mécanique des aubages du distributeur et du rotor du premier étage nécessite un refroidissement. Ils sont aujourd'hui refroidis par un certain débit d'air prélevé en sortie des compresseurs. Comme on peut l'observer sur la figure 14, la réalisation des aubages en est rendue beaucoup plus difficile.

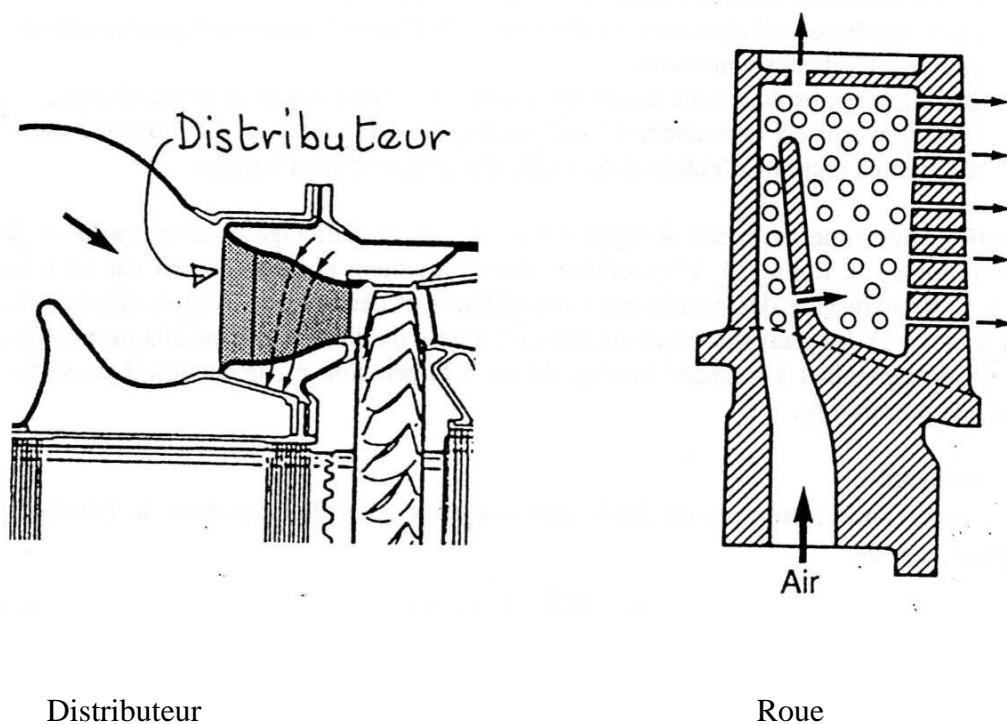


Figure 14 : Ailettes refroidies.

2-1 - Configuration de l'étage de turbine :

L'étage est constitué d'un distributeur (grille fixe) et d'un rotor tournant à la vitesse angulaire ω . En phase de dimensionnement, on retient généralement les hypothèses suivantes :

- Le travail des forces de pesanteur est négligeable et la détente est adiabatique.
- le fluide est non visqueux et suit les lois des gaz parfaits.
- l'envergure des aubages est variable le long de l'axe d'écoulement pour maintenir les vitesses débitantes constantes.
- Les vitesses absolues sont axiales à l'entrée du distributeur et en sortie de roue.
- L'écoulement est permanent et axisymétrique : l'écoulement est moyenné dans les différentes sections d'entrée et de sortie des grilles fixes et mobiles.

Une coupe cylindrique, effectuée à rayon r quelconque de l'ailetage et développée en plan, donne l'allure de la figure 15. L'hypothèse d'un écoulement bidimensionnel est un modèle simplifié s'affranchissant des écoulements secondaires et des couches limites (figures A7 et A8 de l'Annexe 1). La section 0 correspondant à l'entrée du distributeur est à la pression p_0 , la section 1 correspondant à l'espace inter-grille est à la pression p_1 , la section 2 de sortie du rotor est à la pression p_2 .

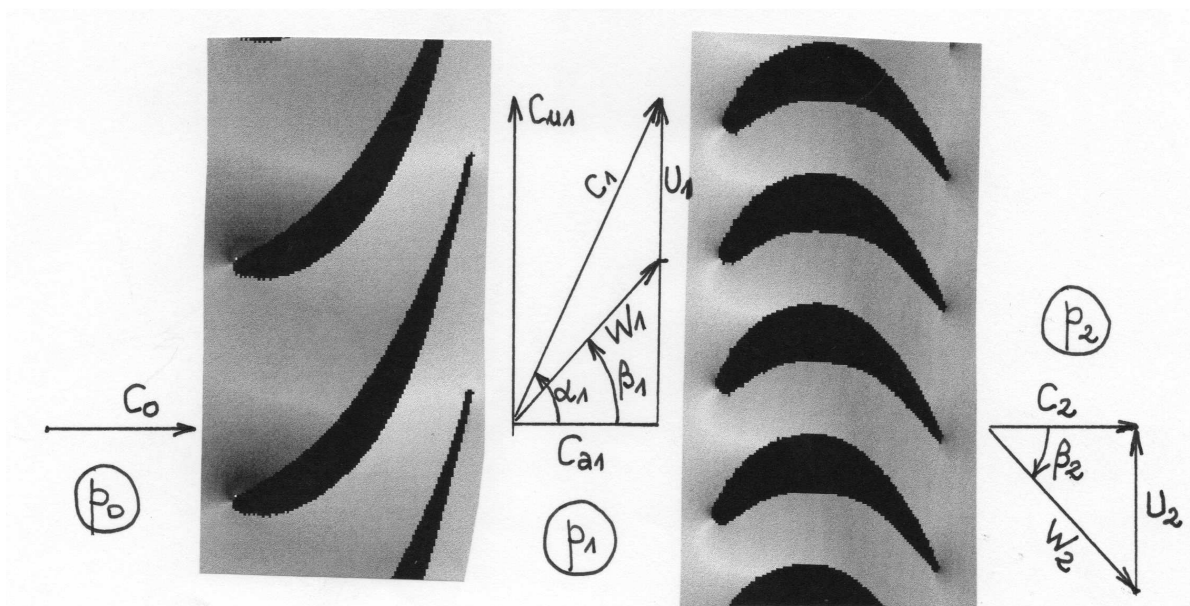
Espace statorique:

Dans l'espace fluide statorique en fluide non visqueux ($\tau_f = 0$) l'équation de l'énergie (6) s'écrit pour $\tau_{th} = 0$:

$$H = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{C^2}{2} = \text{cte} \quad (40)$$

ou encore pour la détente isentropique d'un gaz parfait, l'équation de Saint-Venant :

$$H = C_p T + \frac{C^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{C^2}{2} = \text{cte} \quad (41)$$



Espace statorique

Espace rotorique

Figure 15 : Configuration de l'étage de détente

Espace rotorique :

Dans l'espace rotorique, en mouvement relatif, on introduit le terme de rothalpie qui, dans les mêmes conditions et hypothèses que précédemment, se maintient constante.

En effet, en groupant les équations (6) et (7), on écrira :

$$I = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{C^2}{2} - U Cu = \text{cte} \quad (42)$$

Par définition, la constante est notée I, c'est la rothalpie (réservée au rotor). D'après les triangles de vitesses, elle s'écrira également :

$$I = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} = \text{cte} \quad (43)$$

Pour une machine axiale où $U = \text{cte}$, l'analogie avec l'espace distributeur sera parfaite en remplaçant la vitesse absolue par la vitesse relative.

$$I = C_p T + \frac{W^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} = \text{cte} \quad (44)$$

L'équation de continuité s'écrit ici par hypothèse constructive :

$$Ca_0 = Ca_1 = Ca_2 = Ca \quad (45)$$

Propriétés des triangles de vitesses :

$$U_1 = U_2 = U = \omega r \quad (46)$$

$$Cu_1 = Cu = Ca \tan \beta_1 + U = Ca \tan \alpha_1 \quad (47)$$

$$U + Ca \tan \beta_2 = 0$$

Compte tenu des hypothèses faites, la variation d'enthalpie subie par le fluide à travers l'étage est calculable par l'équation d'Euler des turbomachines :

$$\Delta h_s = U \cdot Cu \quad (49)$$

Degré de réaction.

Le degré de réaction **R** est un terme de classification des étages de turbine, c'est le rapport entre la chute d'enthalpie dans le rotor et la chute d'enthalpie de l'étage complet figure 16. Soit en retenant les notations de la figure 15 :

$$R = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2} = \frac{h_1 - h_2}{\Delta h_s} \quad (50)$$

Soit encore, d'après les équations (42) et (45) et les hypothèses retenues :

$$R = \frac{\frac{W_2^2}{2} - \frac{W_1^2}{2}}{U Cu} \quad (51)$$

En calculant W_2 et W_1 à partir des triangles de vitesses :

$$W_2^2 = U^2 + Ca_2^2$$

$$W_1^2 = (Cu - U)^2 + Ca_1^2$$

on obtient finalement comme expression cinématique du degré de réaction :

$$R = 1 - \frac{Cu}{2U} \quad (52)$$

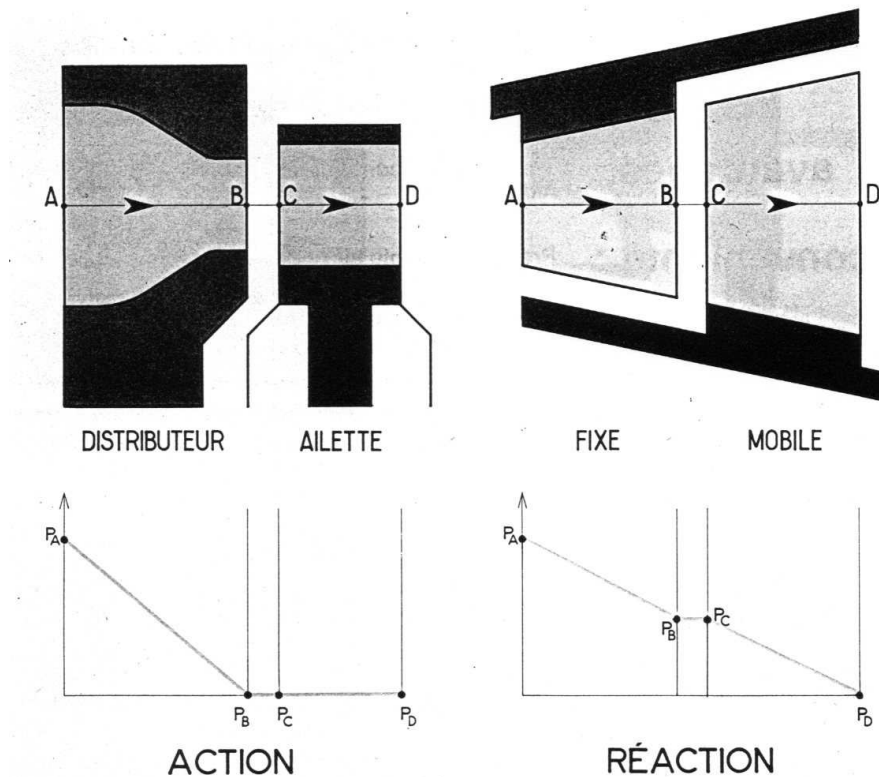


Figure 16 : Etage à action et à réaction.

Coefficients de pression et de débit.

On introduit le coefficient adimensionnel de pression par la relation :

$$\psi = \frac{\Delta h_s}{U^2} = \frac{C_u}{U} = 2 (1 - R) \quad (53)$$

La valeur de **R** reste au choix du constructeur. Une machine donnée sera capable de générer des chutes d'autant plus élevées que **R** sera petit.

La limite inférieure de **R** est généralement conditionnée par la mise au point de profils satisfaisants (au sens des pertes) pour de très grandes déflexions.

La valeur de **R** = 0 est accessible dans de bonnes conditions avec des profils classiques (figure 7).

On notera avec un grand intérêt que le degré de réaction nul se caractérise par une poussée axiale nulle sur la roue ($p_1 = p_2$). Par contre, dans les applications aéronautiques, la présence d'étages à réaction (par exemple **R** = 0,5) permet d'équilibrer la poussée axiale des compresseurs.

Un second degré de liberté est nécessaire pour fixer l'ensemble des triangles de vitesses. En général, on retient le coefficient de débit ϕ défini par le rapport :

$$\phi = \frac{C_a}{U} \quad (54)$$

La similitude des turbomachines (triangles de vitesses semblables) permet de simplifier la représentation des caractéristiques.

On écrira en effet :

$$\psi = \frac{C_u}{U} = \frac{\Delta h_s}{U^2} = \frac{C_p T_0 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}{\omega^2 R^2} \quad (55)$$

$$\phi = \frac{C_a}{U} = \frac{q}{\rho_0 A \omega R} = \frac{q r T_0}{p_0 A \omega R} \quad (56)$$

On obtient alors une caractéristique unique utilisable en régime subsonique (figure 17).

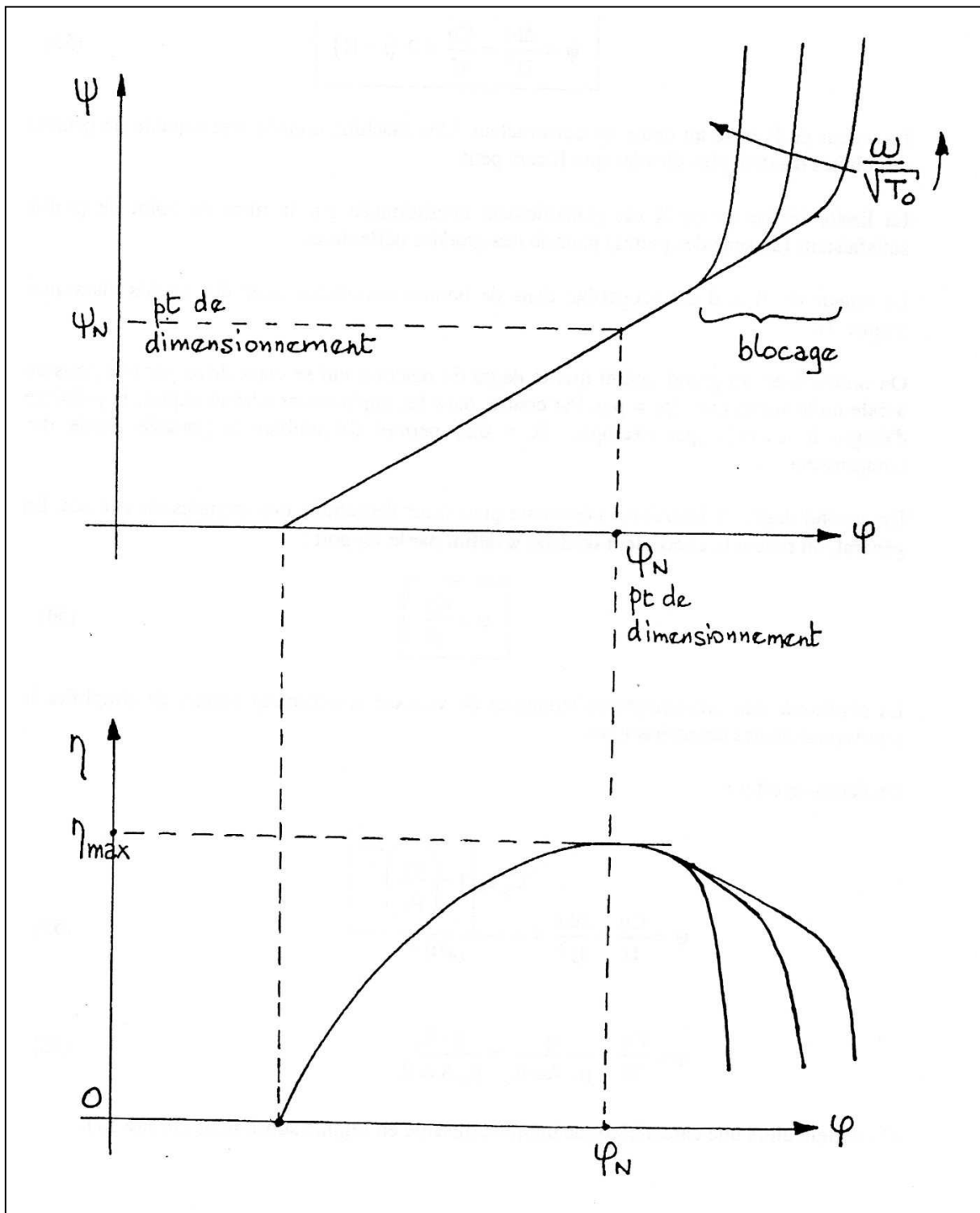


Figure 17 : Représentation adimensionnelle des caractéristiques d'une turbine.

La puissance utile de la turbine est obtenue grâce à la relation :

$$P = q \cdot \Delta h_s \cdot \eta_T \quad (57)$$

où η_T est le rendement global de la turbine.

Le blocage apparaît dans le distributeur et/ou la roue sous la forme d'une onde de choc correspondant à un nombre de Mach égal à l'unité. Nous examinerons ultérieurement cette particularité des turbines à gaz et à vapeur.

2-2 – Méthodologie de dimensionnement.

Concernant le cahier des charges, plusieurs formes de jeux de données sont envisageables suivant le type de moteur. Nous retiendrons la forme suivante où le nombre de données est suffisant pour résoudre le problème :

- La nature et les caractéristiques du fluide :

$$\gamma, r, C_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (-) \text{ (J/kg}^\circ\text{K)} \text{ (}^\circ\text{'})$$

- Les conditions d'entrée : p_0, T_0, ρ_0 (bars), ($^\circ\text{K}$), (kg/m^3)
- Le débit de masse : q (kg/s)
- La vitesse utile : P (W)
- La vitesse de rotation : $N \left(\text{ou } \omega = \frac{\pi N}{30} \right)$ (tr/min)

N sera aussi élevée que possible pour satisfaire à un faible encombrement mais sera limitée pour des questions de tenue mécanique.

Une première estimation du rendement et du nombre d'étage de la turbine est nécessaire :

$$\eta_T \text{ et } n$$

Calcul de la chute d'enthalpie par étage :

$$\Delta h_s = \frac{P}{\eta_T q n} \quad (58)$$

et

$$\Delta h = \frac{P}{q \cdot n} \quad (59)$$

Calculs concernant l'état du fluide en sortie d'étage :

$$T_{2s} = -\frac{\Delta h_s}{C_p} + T_0 \quad (60)$$

$$T_2 = -\frac{\Delta h}{C_p} + T_0 \quad (61)$$

$$p_2 = p_0 \left(\frac{T_{2s}}{T_0} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (62)$$

$$\rho_2 = \frac{P_2}{r T_2} \quad (63)$$

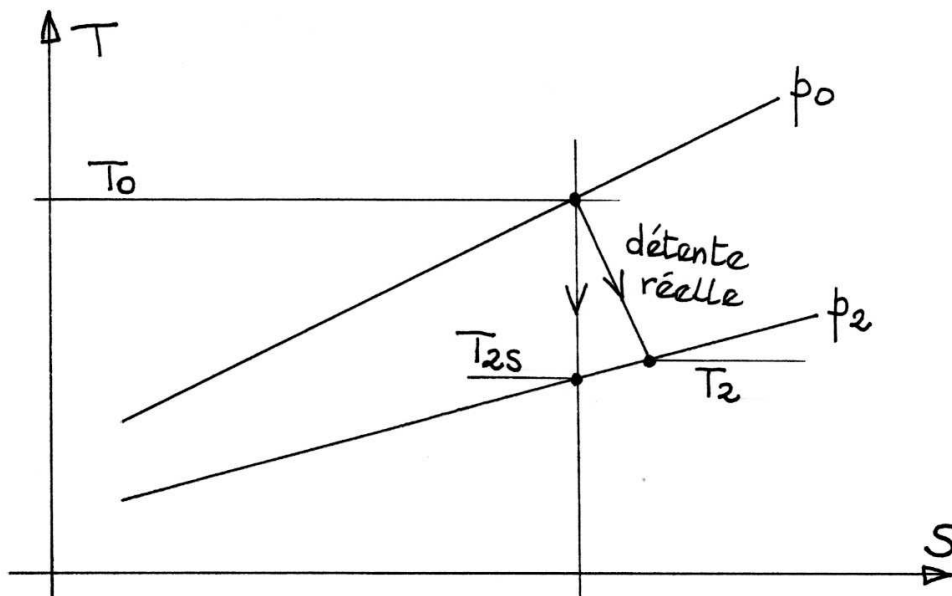


Figure 18 : Détente dans l'étage.

Exemple de dimensionnement global :

On s'impose une turbine à action (annulation de la poussée axiale) et un coefficient de débit égal à l'unité ou à toute autre valeur réaliste (on retient souvent 0,74). On calcule successivement :

$$R = 1 - \frac{C_u}{2U} = 0$$

$$C_u = 2U \quad \text{et} \quad \psi = 2 \quad (64)$$

$$U = \sqrt{\frac{\Delta h_s}{2}} \quad (65)$$

$$R = \frac{U}{\omega} \quad (\text{taille de la machine ou rayon moyen de l'ailetage}) \quad (67)$$

si la taille est trop importante, il faut augmenter ω ou le nombre d'étages n .

$$\bullet \quad \varphi = \frac{Ca}{U} = 1 \quad \text{ou } 0,74$$

$$\text{d'où} \quad Ca = \varphi \cdot U \quad (67)$$

La connaissance de Ca permet de calculer l'envergure des aubages b_0 puis b_1 et b_2 (figure 19) dont l'importance relative par rapport au rayon R doit rester assez faible pour éviter un vrillage d'aubage mais également suffisamment élevée pour être significativement supérieure au jeu radial de fonctionnement.

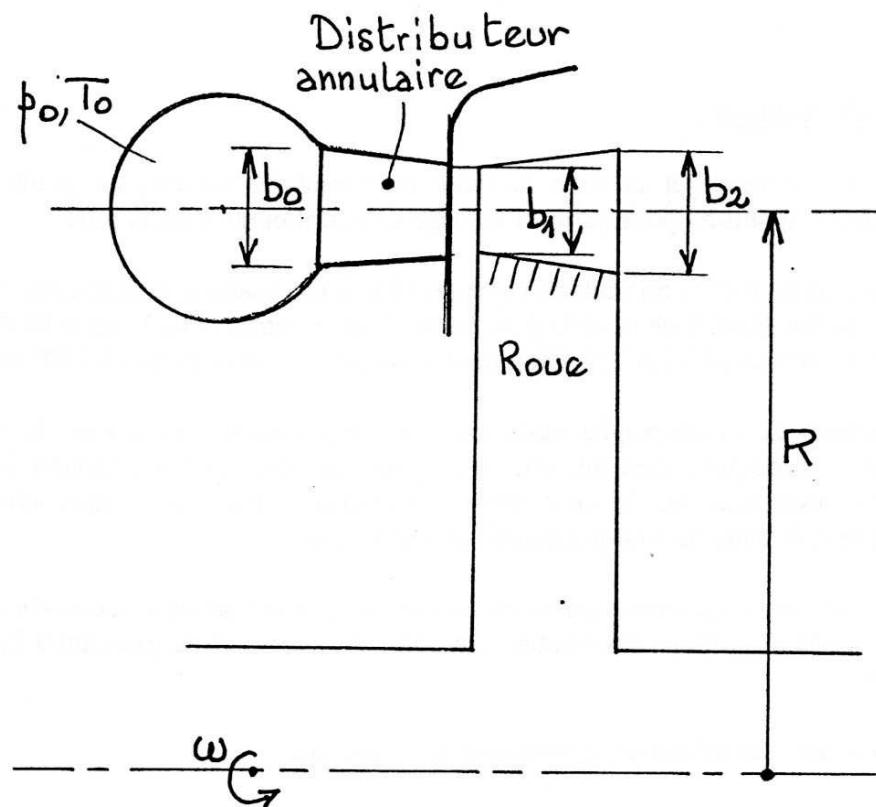


Figure 19 : Allure typique d'un étage à action.

Cette situation idéale, quand elle existe, s'obtient en jouant successivement sur la vitesse de rotation et le nombre d'étages et éventuellement en diminuant ou augmentant φ .

$$b_0 = \frac{Q}{\rho_0 2\pi R Ca} \quad (68)$$

$$\text{avec } A = 2 \pi R b_0 \quad (69)$$

Triangles de vitesses :

Les relations établies au début du paragraphe donnent les valeurs des angles d'entrée et de sortie du distributeur et de la roue.

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = 0 \quad (\text{par hypothèse}) \quad (71)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{C_u}{C_a} = \frac{C_u}{U} \frac{U}{C_a} = \frac{\psi}{\phi} \quad (72)$$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 - \frac{U}{C_a} = \frac{1}{\phi} (\psi - 1) \quad (73)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2 = -\frac{U}{C_a} = -\frac{1}{\phi} \quad (\text{par hypothèse}) \quad (74)$$

Définition des aubages :

Au stade de l'avant-projet et dans le cadre du problème inverse, un grand nombre de méthodes sont disponibles pour définir l'ailetage du distributeur et de la roue.

- A - L'utilisation de profils normalisés correspondant à des essais systématiques en grille, tels que les profils NACA de la série A3K7 pour le distributeur et de la série B1E1I1 pour les ailettes de la roue (NACA TN 3802) dont les déflexions sont limités à 100° environ.
- B - La méthode de l'hodographe basée sur une transformation conforme de l'écoulement potentiel source-puits donnant une description correcte de l'écoulement inter-aubages mais ne respectant pas la condition de périodicité. Dans cette approche, les bords d'attaque et de fuite ne sont pas définis avec précision.
- C - La méthode des singularités permettant de définir par retouches successives la forme des profils sur la base d'une distribution contrôlée de vitesse et de pression à la surface des aubages.
- D - Au même titre, les méthodes numériques dites inverses.

Avant d'utiliser la méthode des singularités ou les méthodes numériques, il est intéressant d'avoir recours, au préalable, à la méthode A pour fixer une forme de départ (figure 15).

Pour les étages basse-pression (BP), l'envergure de la pale devient très importante et la variation radiale de la vitesse d'entraînement U modifie l'angle β_1 dans des proportions importantes. Il en résulte une évolution radiale de la section d'aubage et de son angle de calage (figure 20).

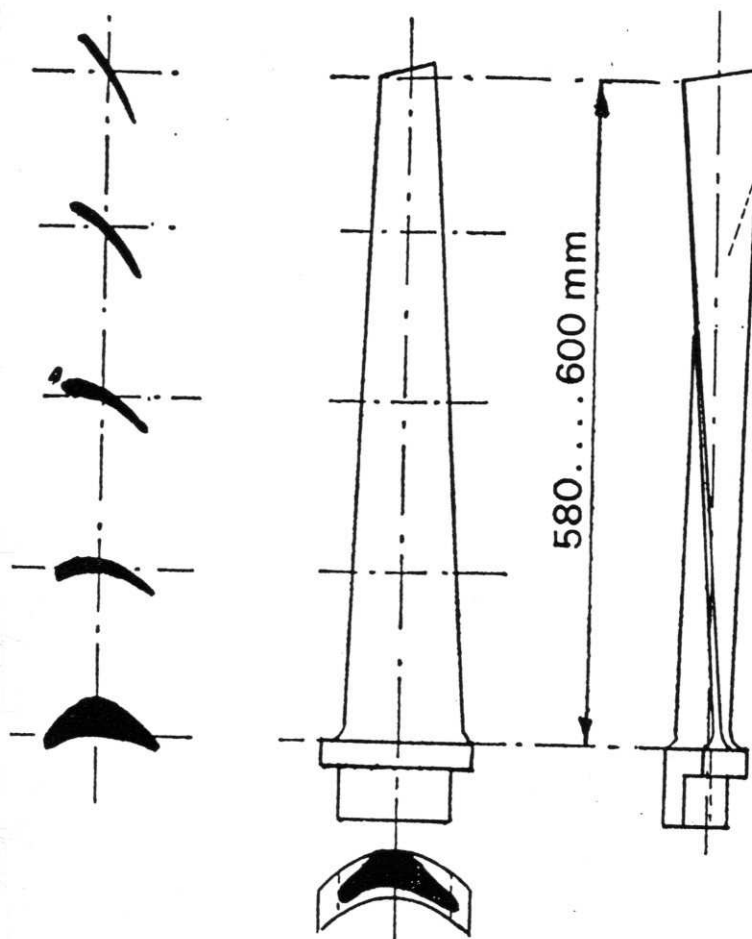


Figure 20 : *Vrillage et différentes sections d'une pale basse-pression.*

2-3 - Blocage du débit :

Le blocage du débit peut se produire dans l'espace interaubages du distributeur et/ou de la roue lorsque le nombre de Mach atteint l'unité.

L'écoulement interaubages est déterminé par le champ de vitesse C/C_0 . On doit d'abord accéder aux champs de pression et de température pour définir le nombre de Mach local.

Le champ de pression de la détente, supposée isentropique, est calculé par :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{C^2}{2} = \text{cte} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_0}{\rho_0} + \frac{C_0^2}{2} \quad (80)$$

et le champ de température par :

$$C_p T + \frac{C^2}{2} = \text{cte} = C_p T_0 + \frac{C_0^2}{2} \quad (81)$$

d'où la vitesse du son local :

$$a = \sqrt{\gamma r T} \quad (82)$$

puis le nombre de Mach local :

$$M = \frac{C}{a}$$

Remarque :

L'équation (81) s'écrit également en fonction de M :

$$C_p T \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right] = C_p T_0 \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right] \quad (83)$$

A l'entrée de l'étage, la vitesse est réduite et l'on néglige le terme $\frac{\gamma-1}{2} M_0^2$ devant 1.

On obtient alors :

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \quad (84)$$

Les valeurs critiques sont obtenues lorsque $M = 1$.

Soit, pour $\gamma = 1,4$.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{p_c}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0,5275 \\ \frac{T_c}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} = 0,8316 \end{array} \right. \quad (85)$$

$$\frac{T_c}{T_0} = \frac{2}{\gamma+1} = 0,8316 \quad (86)$$

Ainsi, le processus de blocage de débit débute lorsqu'à la sortie du distributeur la pression p_1 est égale à la pression critique, à savoir $0,5275 p_0$. Le blocage est mis en évidence sur les figures 21 et 22.

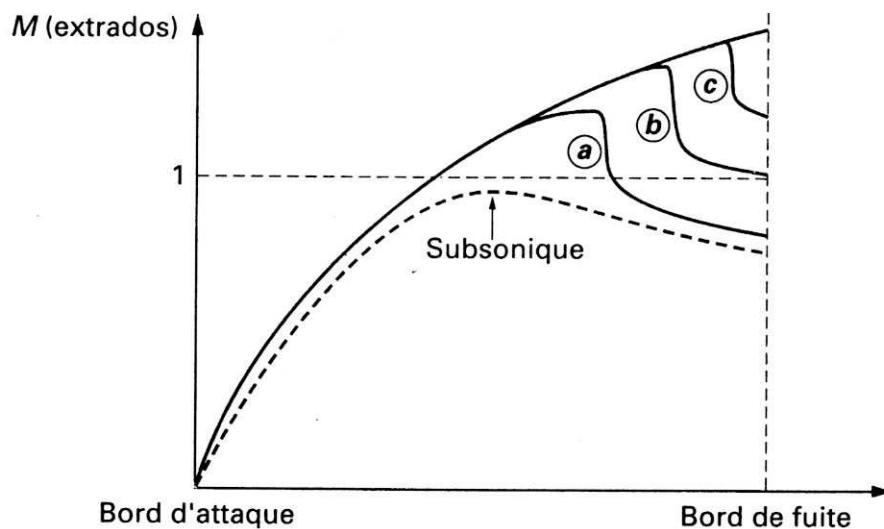
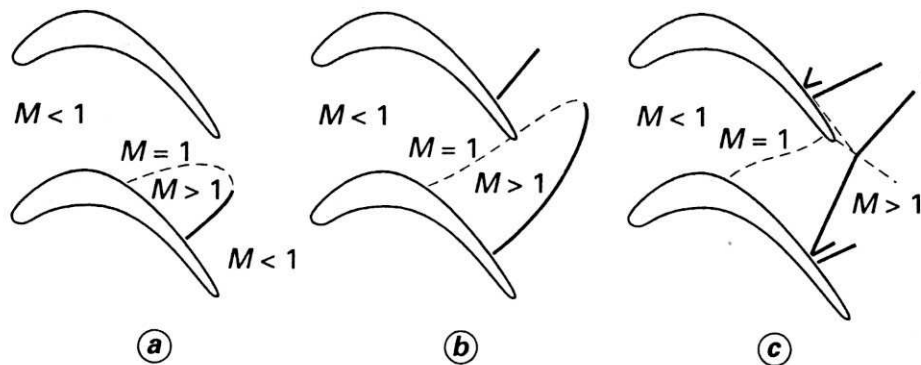


Figure 21 : *Ecoulements transsoniques [2].*

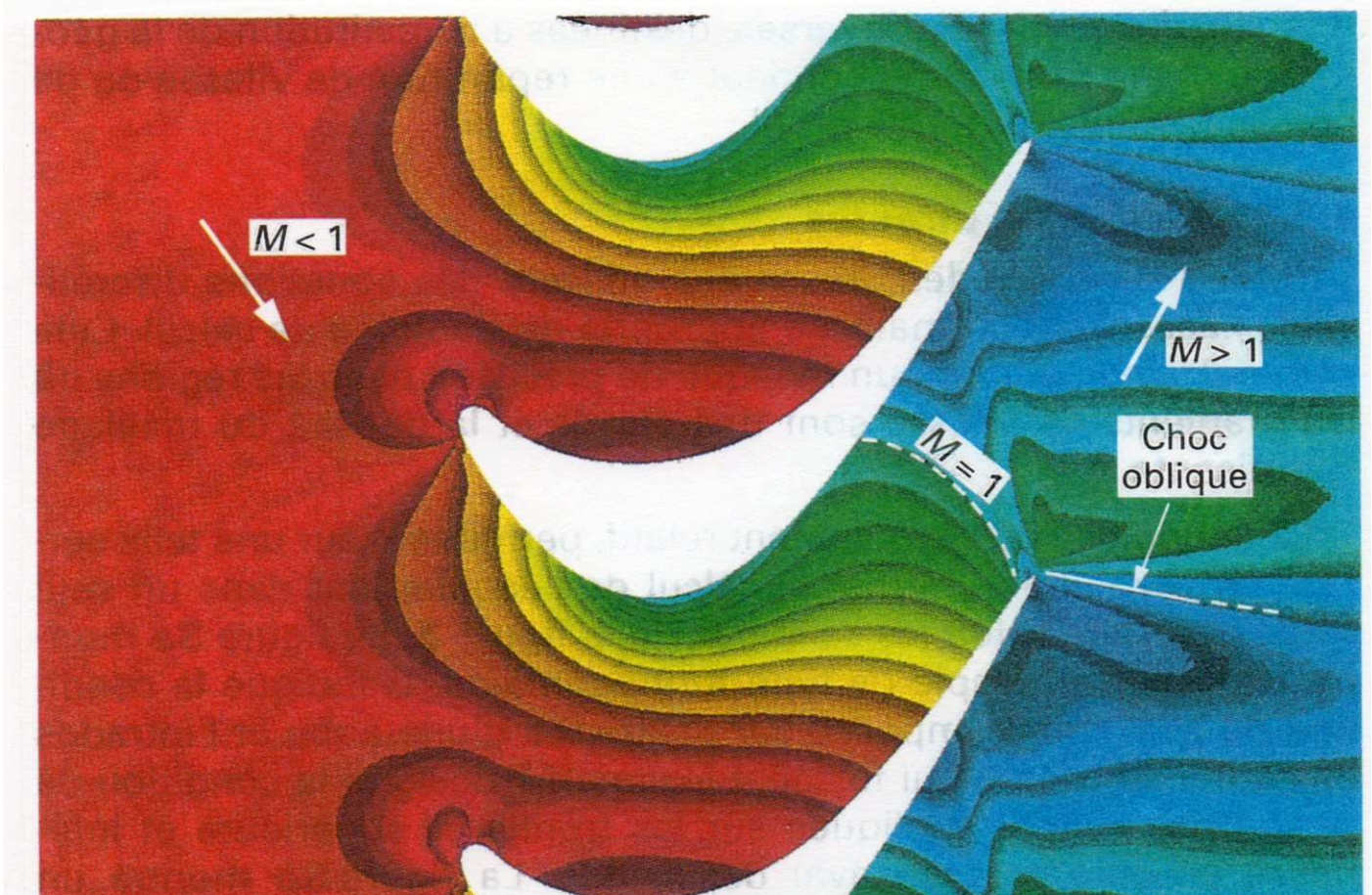


Figure 22 : *Isobares de l'écoulement transsonique dans un distributeur[2].*

2-4 - Caractéristiques adimensionnelles :

Le fonctionnement d'un étage de turbine dépend de plusieurs paramètres libres pouvant être groupés comme suit :

Caractéristiques du fluide :

γ , C_p , μ (viscosité dynamique) d'où l'on peut déduire d'autres caractéristiques :

$$r = C_p \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

Etat thermodynamique à l'entrée :

Pression p_0 et température T_0 . Le gaz étant supposé parfait, on accède à la masse volumique d'entrée ρ_0 :

$$\rho_0 = \frac{p_0}{r T_0}$$

Géométrie de la machine :

Elle est caractérisée essentiellement par sa taille donnée par le rayon moyen R de l'ailetage et la section axiale débitante A à l'entrée du distributeur (figure 19).

Conditions de fonctionnement :

La vitesse de rotation N (ou la vitesse angulaire ω) et la pression à la sortie p_2 .

On démontre que lorsque les valeurs des 9 variables libres sont fixées (elles sont indépendantes) :

$$\gamma, C_p, \mu, p_0, T_0, R, A, \omega, p_2$$

les variables liées suivantes sont également fixées au travers des **caractéristiques propres** de la machine :

$$\begin{array}{ll} \text{Débit massique} & q \\ \text{Rendement global} & \eta_T \end{array}$$

Ces **caractéristiques** sont les fonctions f et g suivantes :

$$q = f(\gamma, C_p, \mu, p_0, T_0, R, A, \omega, p_2)$$

$$\eta_T = g(\gamma, C_p, \mu, p_0, T_0, R, A, \omega, p_2)$$

Le théorème de Vashy-Buckingham indique que les fonctions f et g constituées de 10 variables (9 variables libres + 1 variable liée) peuvent s'écrire sous la forme de 6 groupements **indépendants** et **sans dimension** construits à partir des 10 variables précédentes.

Le nombre de 6 est obtenue par la différence entre le nombre de variables et le nombre de dimensions fondamentales intervenant dans la définition des 10 grandeurs physiques précédentes : dans le cas présent, les dimensions fondamentales sont la longueur L , la masse M , le temps T et la température K .

Concernant les turbines à gaz, les groupements adimensionnels sont les suivants pour la fonction f :

- Le nombre de Mach débitant d'entrée ou débit réduit :

$$M_0 = \frac{Ca_0}{a_0} = \frac{q}{\rho_0 A a_0} = \frac{q \sqrt{\frac{r T_0}{\gamma}}}{p_0 A} \quad (87)$$

avec $a_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$ la vitesse du son à l'entrée de la machine.

- Le nombre de Mach périphérique : $M_U = \frac{U}{a_0} = \frac{\omega R}{\sqrt{\gamma r T_0}} \quad (88)$

- L'exposant isentropie γ (déjà adimensionnel)

- Le rapport géométrique de passage : $\frac{R}{\sqrt{A}}$

- Le rapport de détente : $\frac{p_2}{p_0}$ ou $\frac{p_0}{p_2}$

- Le nombre de Reynolds lié à la vitesse périphérique : $Re = \frac{\omega R^2}{\frac{\mu}{\rho_0}} = \frac{\omega R^2 p_0}{\mu r T_0} \quad (89)$

Pour la fonction g , le paramètre adimensionnel est le rendement η_T lui même.

Les paramètres adimensionnels et les fonctions caractérisant les performances d'une turbine seront donc les suivants :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{q \sqrt{\frac{r T_0}{\gamma}}}{p_0 A} &= F \left(\frac{\omega R}{\sqrt{\gamma r T_0}}, \gamma, \frac{R}{\sqrt{A}}, \frac{p_0}{p_2}, \frac{\omega R^2 p_0}{\mu r T_0} \right) \\ \eta_T &= G \left(\frac{\omega R}{\sqrt{\gamma r T_0}}, \gamma, \frac{R}{\sqrt{A}}, \frac{p_0}{p_2}, \frac{\omega R^2 p_0}{\mu r T_0} \right) \end{aligned}} \quad (90)$$

Lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment élevé, son importance devient négligeable. Pour une turbine donnée (A et R constants) fonctionnant avec un fluide donné (γ et r constants), les paramètres de similitude pourront être réduits à :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{q\sqrt{T_0}}{P_0} &= F\left(\frac{\omega}{\sqrt{T_0}}, \frac{P_0}{P_2}\right) \\ \eta_T &= G\left(\frac{\omega}{\sqrt{T_0}}, \frac{P_0}{P_2}\right) \end{aligned}} \quad (91)$$

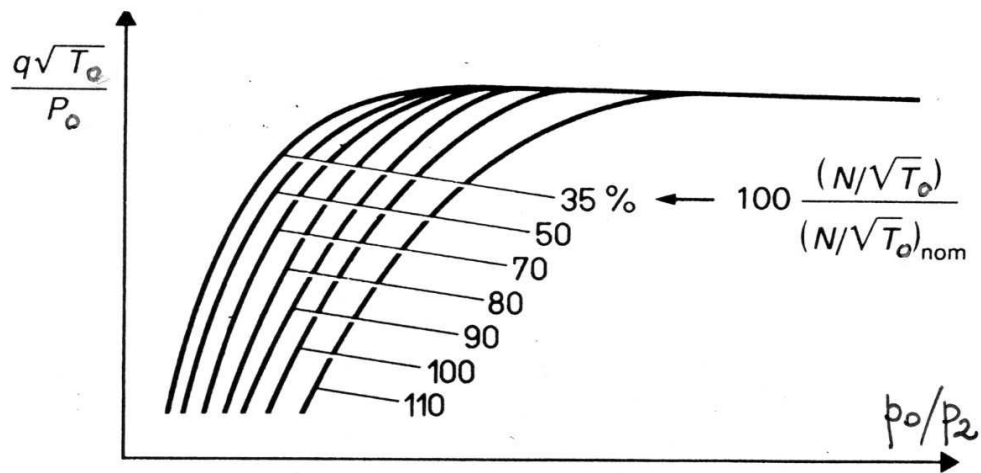


Figure 23 : Caractéristiques adimensionnelles pression - débit - vitesse de rotation d'une turbine supersonique [2].

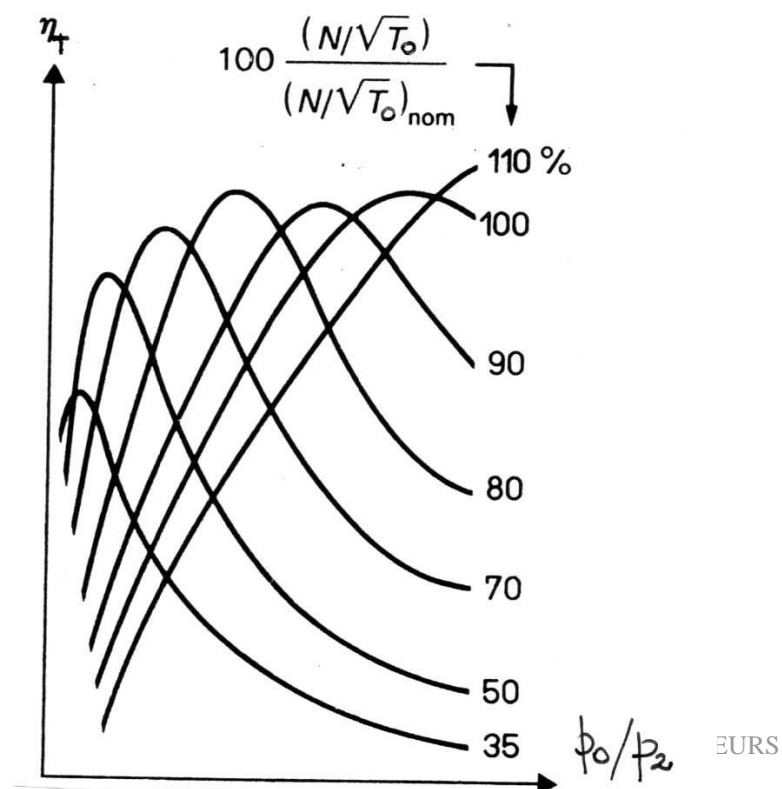


Figure 24 : Rendement d'une turbine supersonique [2].

Cette représentation est particulièrement intéressante pour les turbines supersoniques puisque la caractéristique débit pression se ramène à une équation simple :

$$\frac{q\sqrt{T_0}}{p_0} = \text{cte} \quad (92)$$

ANNEXE 1

REALISATIONS TECHNOLOGIQUES

Turboréacteurs
Turbomoteurs

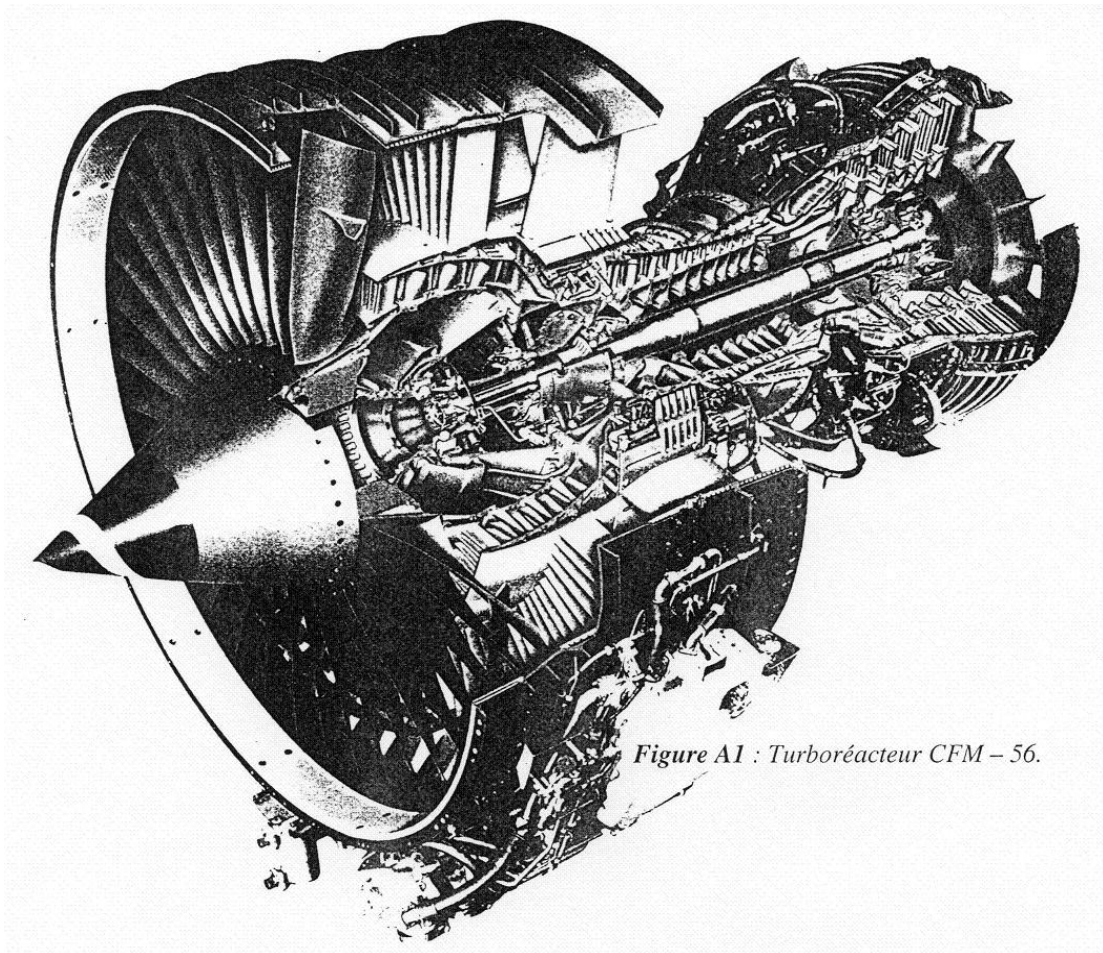


Figure A1 : Turboréacteur CFM – 56.

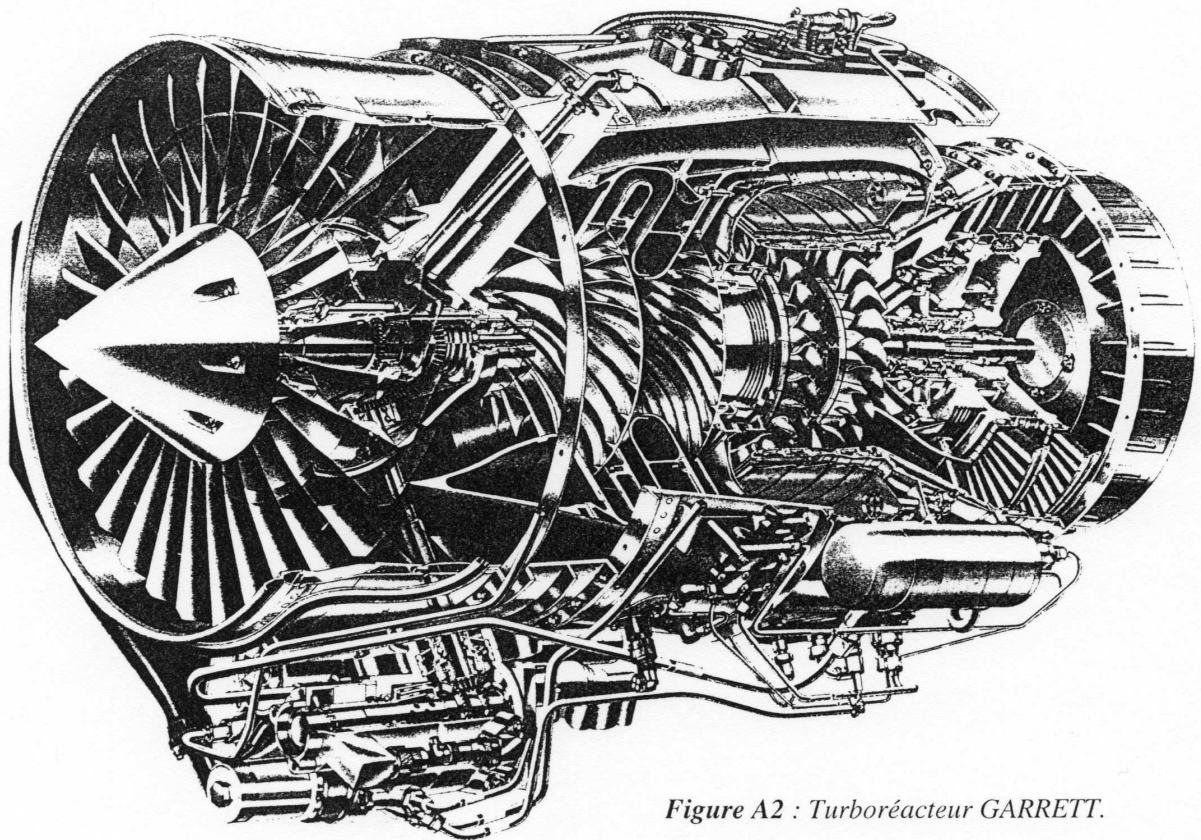


Figure A2 : Turboréacteur GARRETT.

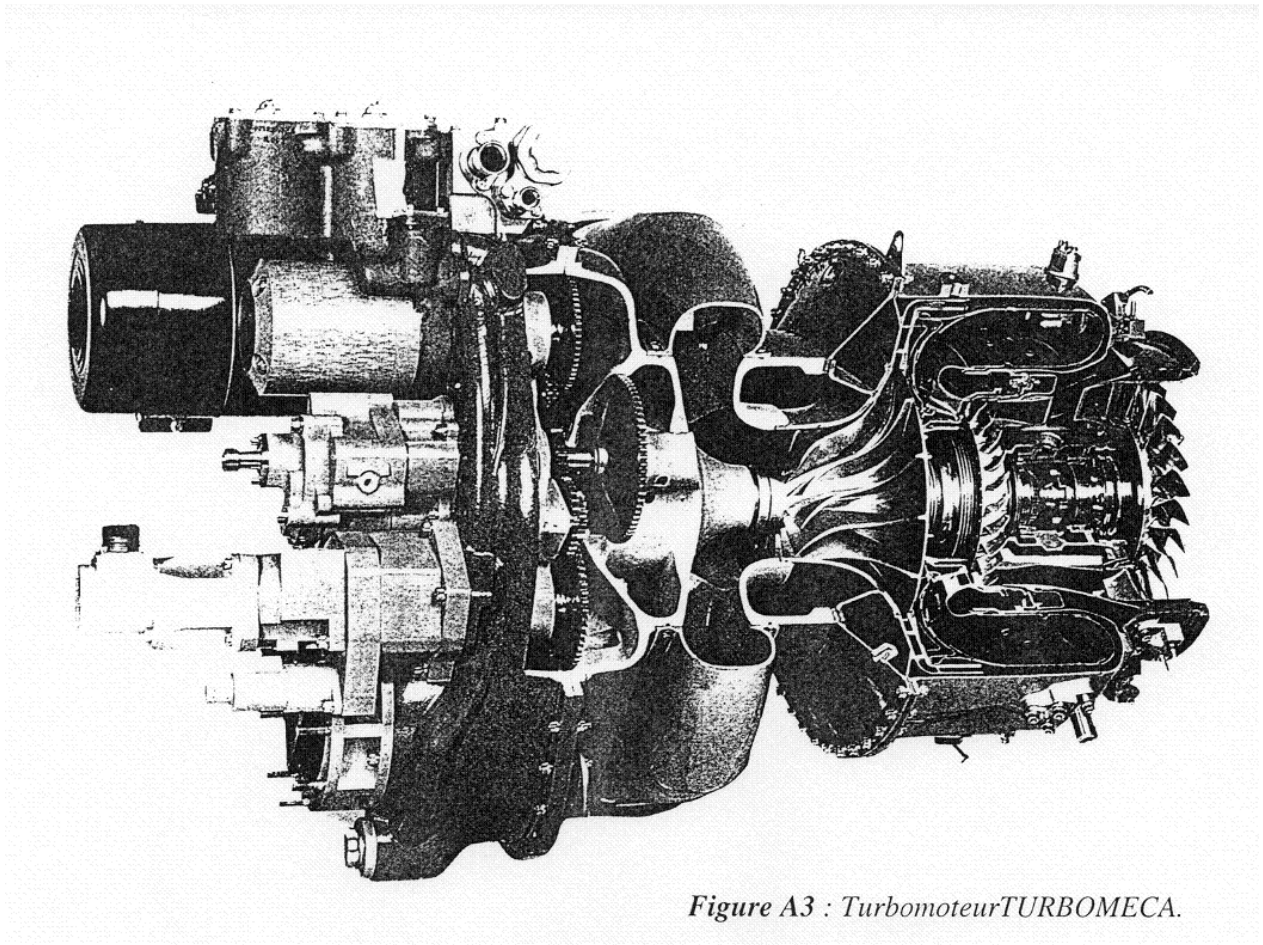


Figure A3 : Turbomoteur TURBOMECA.

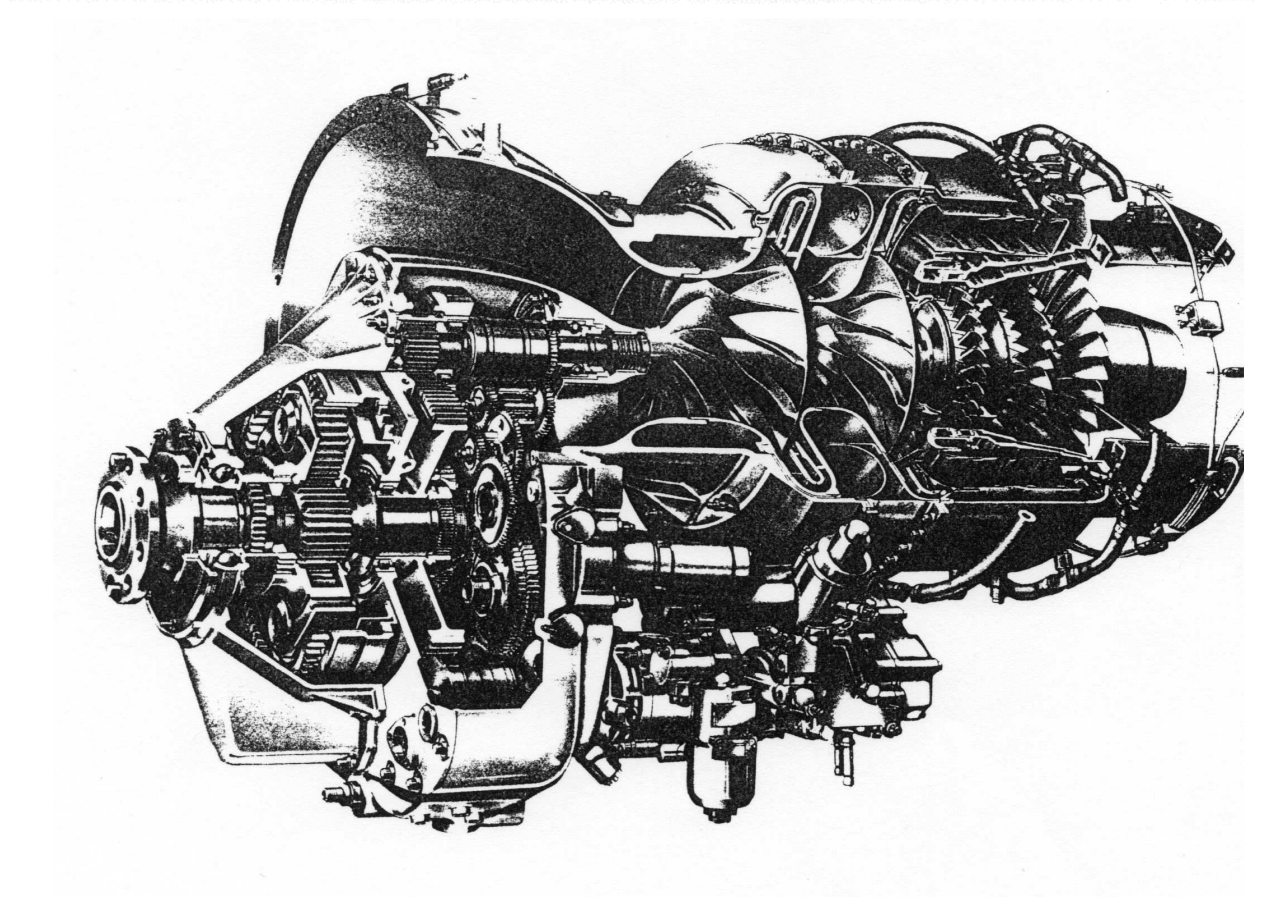


Figure A4 : Turbomoteur GARRETT.

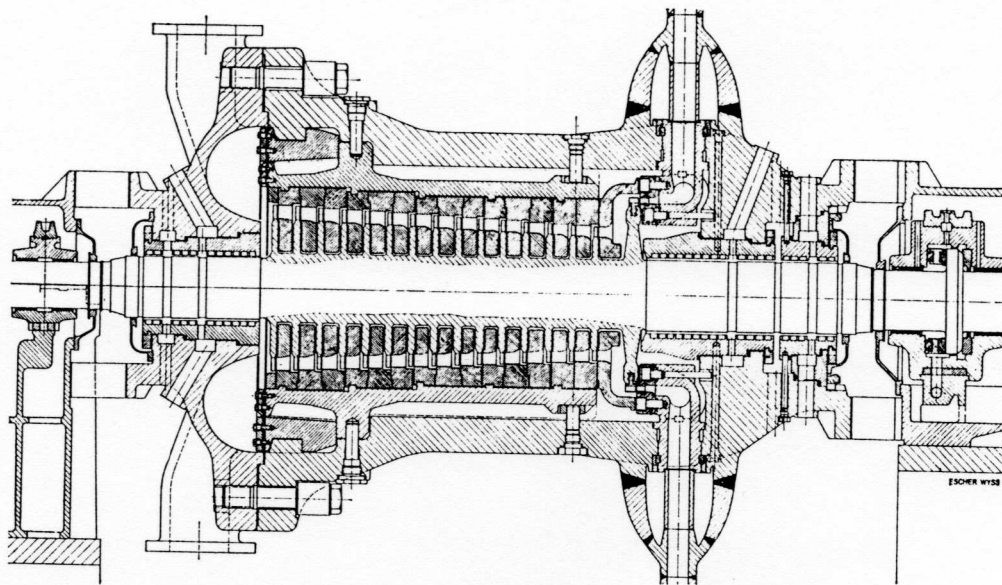


Figure A5 : Turbine à vapeur de 250 MW – 250 bars – 540°C.

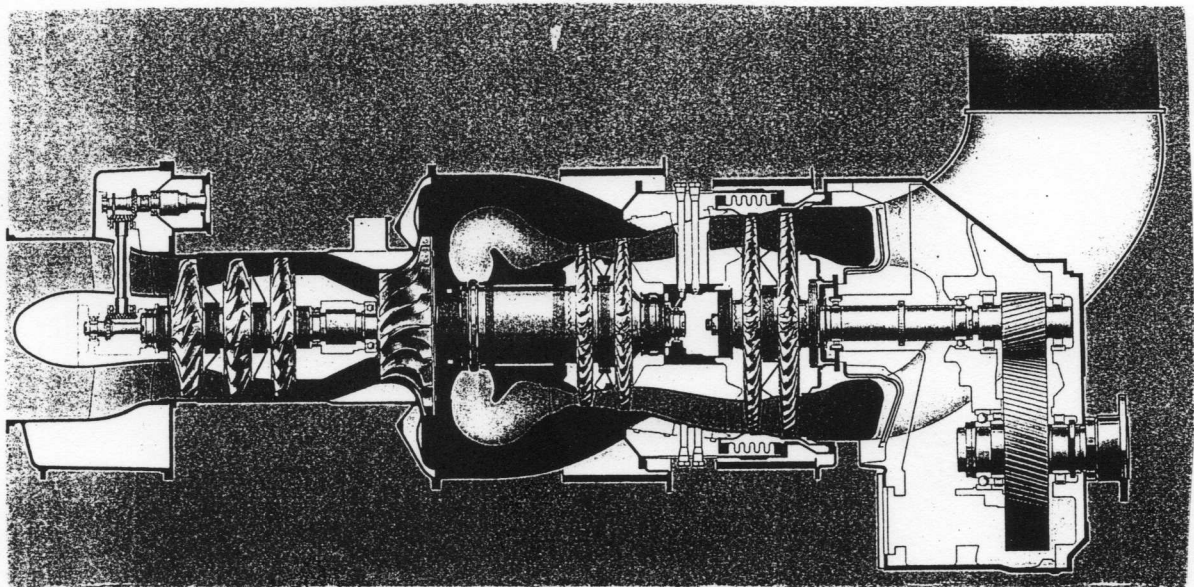


Figure A6 : Turbomoteur utilisé dans le cadre de la cogénération.

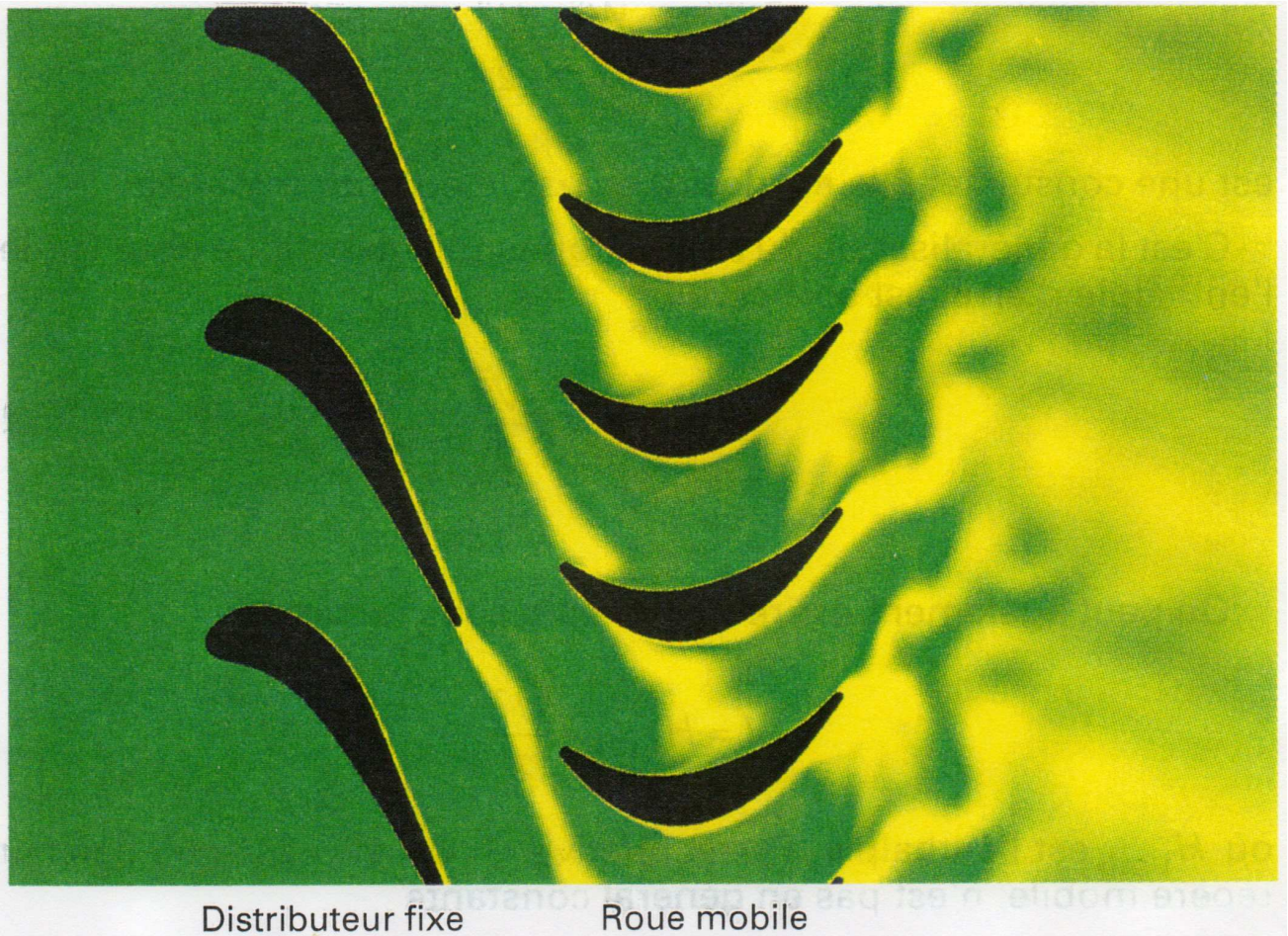


Figure A7 : *Sillage et couches limites du distributeur et de la roue.*

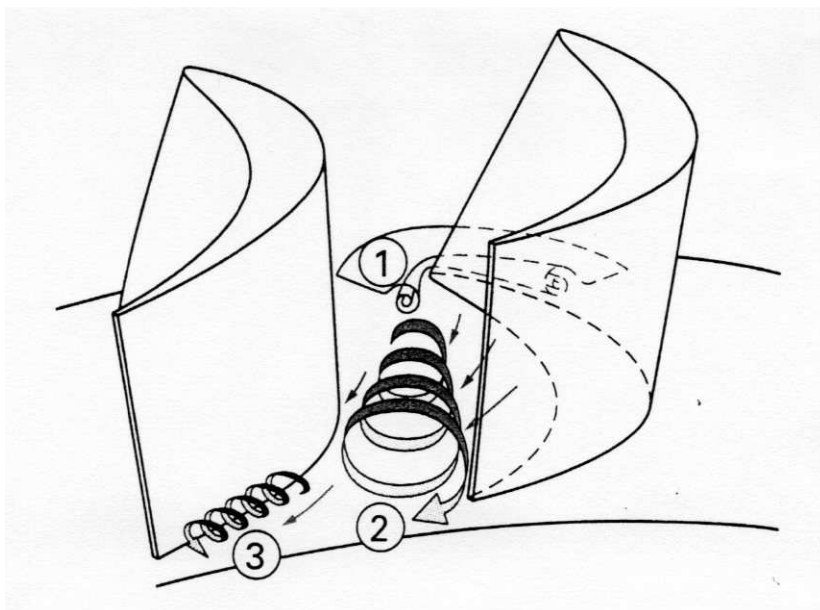


Figure A8 : *Écoulements secondaires dans le rotor.*

III - LES COMPRESSEURS

Les compresseurs se présentent sous des formes très variées en fonction de leurs conditions d'utilisation et de leurs caractéristiques de pression et de débit.

Deux grandes classes de machines peuvent être retenues : les compresseurs rotodynamiques ou turbocompresseurs axiaux et centrifuges et les compresseurs volumétriques.

A - Les turbocompresseurs.

Les turbocompresseurs voient un certain nombre d'application dans l'industrie mais leur application principale est constituée par l'aéronautique où ils assument la compression d'air de la majorité des turbines à gaz (figures des Annexes 1 et 2).

- Les compresseurs axiaux (figure 30) se distinguent par leur faible rapport de compression par étage et leur débit volume très élevé. Un grand nombre de ces machines est le siège d'écoulements supersoniques.
- Les compresseurs centrifuges d'allure très caractéristique (figure 31) ont un taux de compression plus élevé.

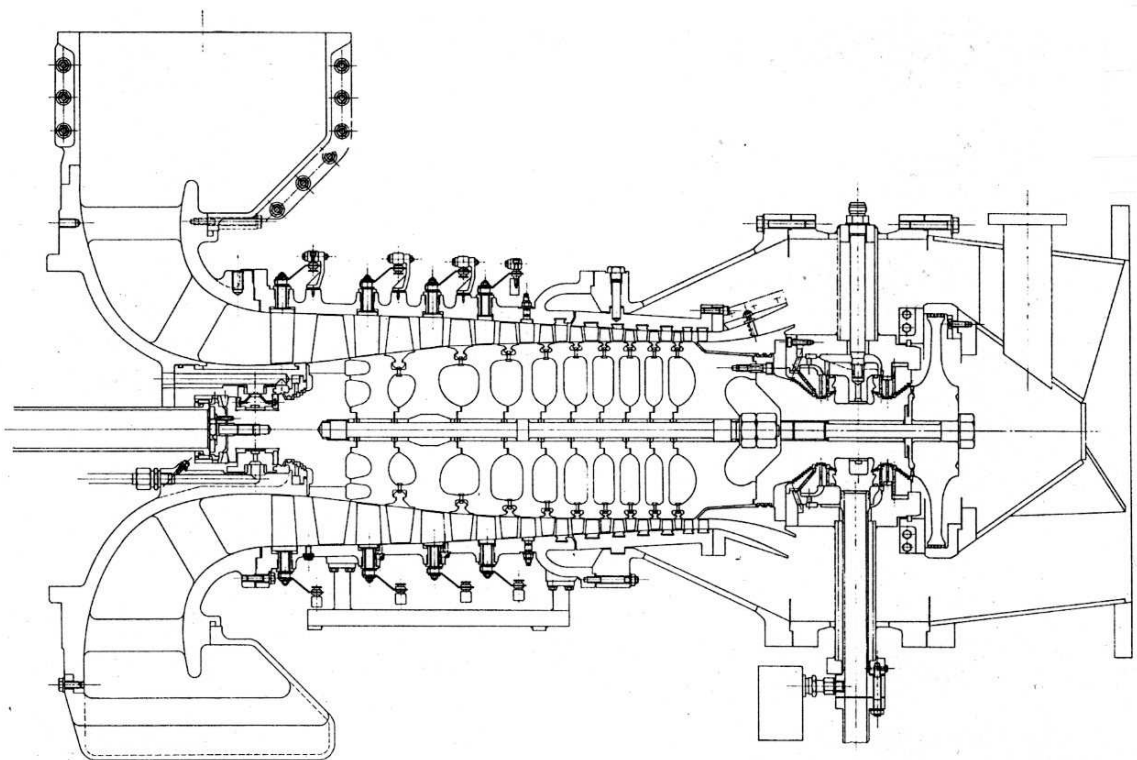


Figure 30 : Compresseur axial (ALSTOM).

L'empilement des étages s'effectue suivant deux principes essentiels : la construction à tambour et la construction à disque (figure 32). L'envergure des ailettes varie le long de l'écoulement pour compenser les variations de la masse volumique du fluide et pour conserver à la vitesse débitante axiale une valeur constante.

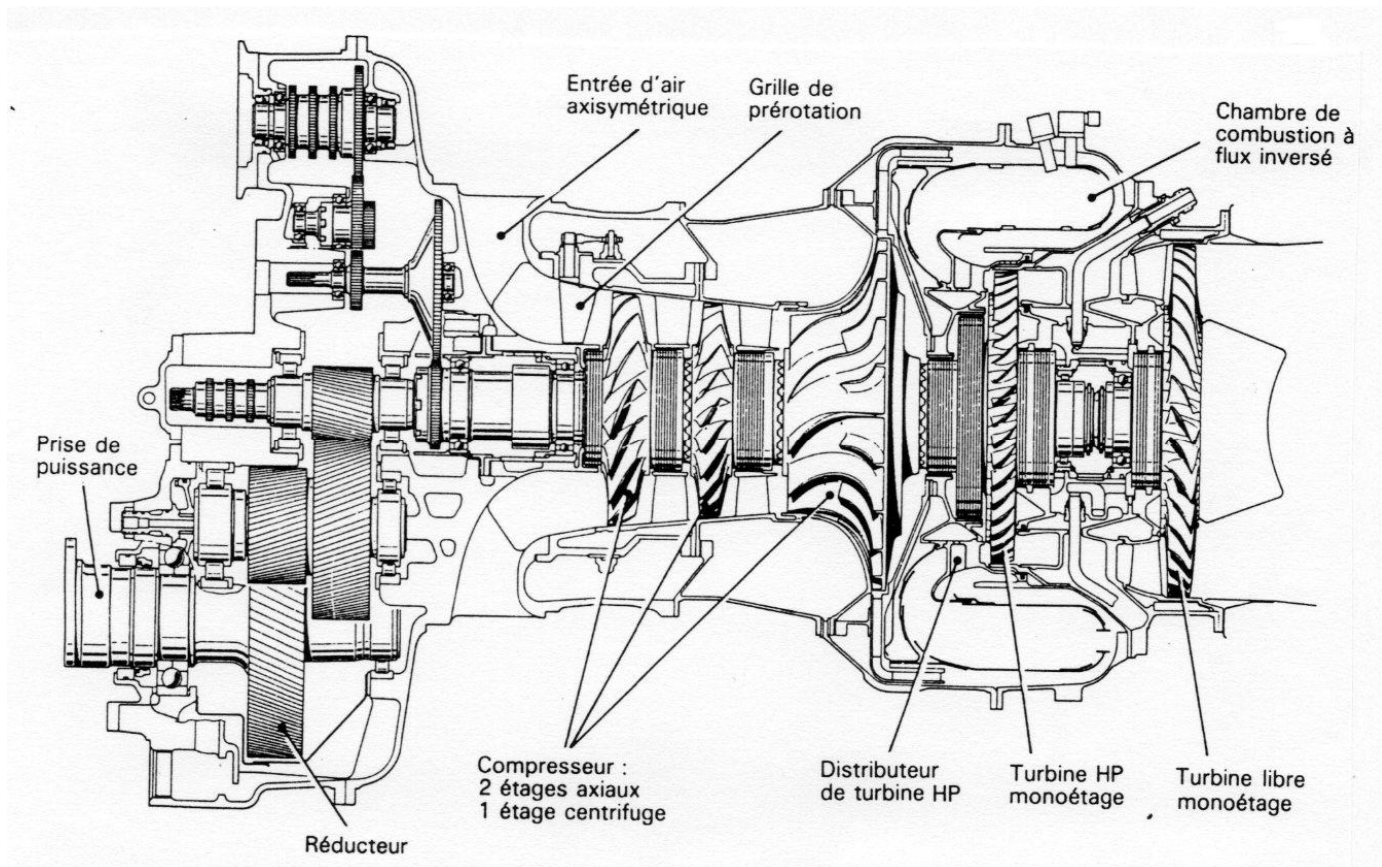


Figure 31 : Compresseurs axiaux et centrifuge d'un turbomoteur (TURBOMECA).

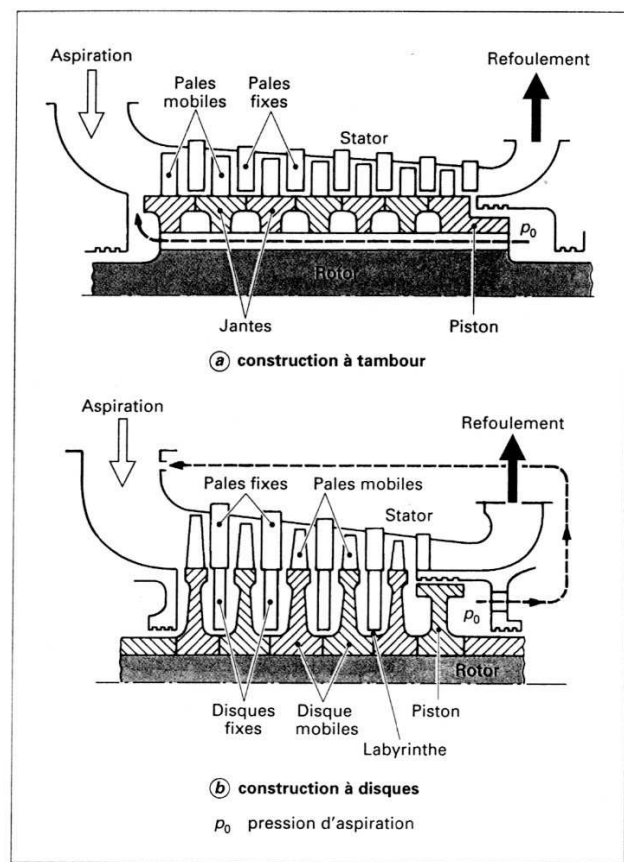


Figure 32 : Construction à disques ou à tambour [2].

Les ailettes rotoriques sont rapportées sur le disque ou le tambour par divers systèmes d'attache (figure 33a) dont certains très complexes en forme de sapin (figure 33b). Les disques statoriques sont souvent en deux parties avec plan de joint horizontal (figures de l'Annexe 2).

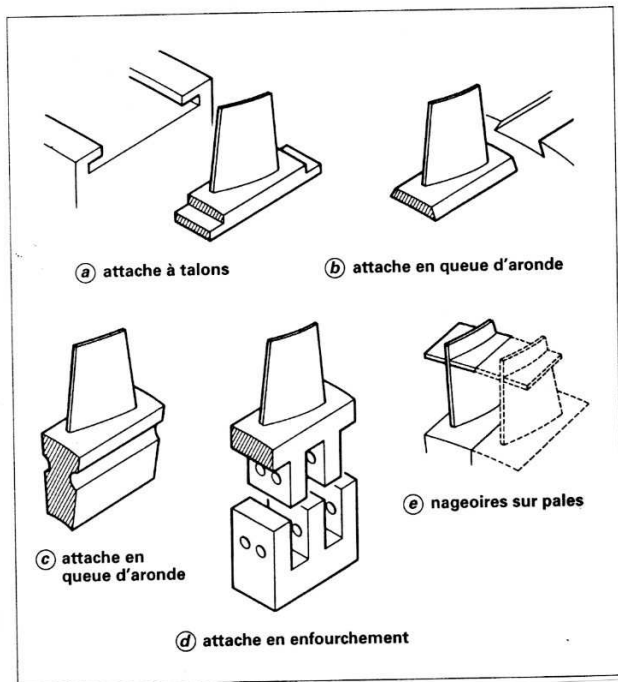


Figure 33a : Différents systèmes de fixation [2].

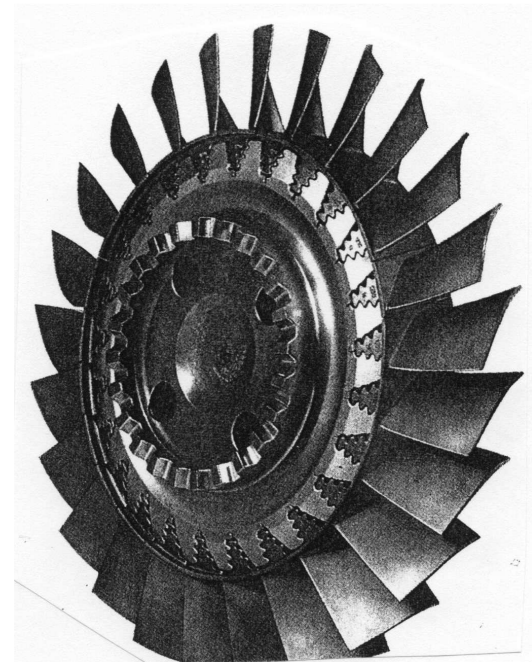


Figure 33b : Fixation des pales d'un compresseur axial (TURBOMECA).

Les dispositifs d'étanchéité interne et externe conditionnent directement le rendement volumétrique. L'équilibrage de la poussée axiale s'effectue par un piston d'équilibrage sur lequel agissent de part et d'autre les pressions de refoulement et d'aspiration (figures 30 et 34).

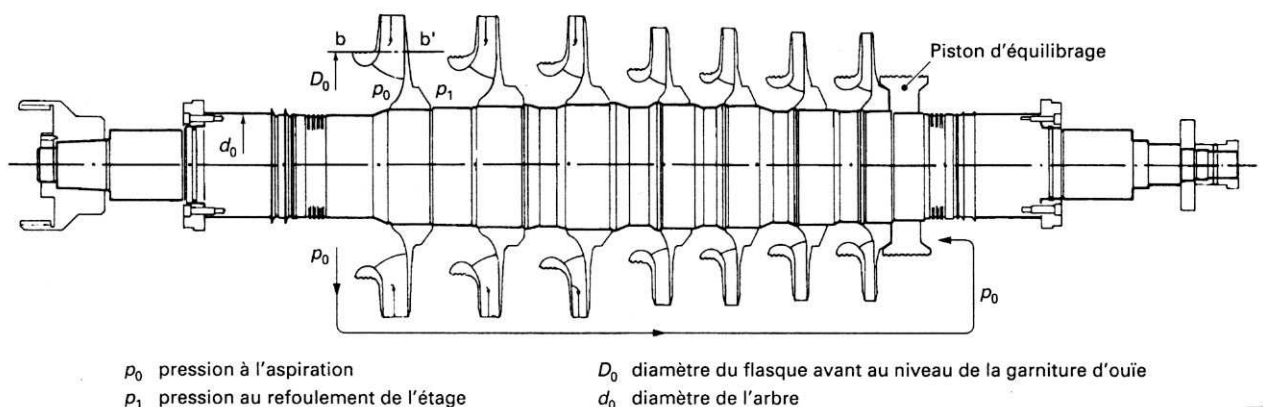


Figure 34 : Dispositif d'équilibrage de la poussée axiale [2]

Pour les compresseurs terrestres, divers dispositifs mécaniques permettent de modifier l'orientation des aubages statoriques (figures 35) en vue de maintenir un bon rendement pour divers débits d'utilisation.

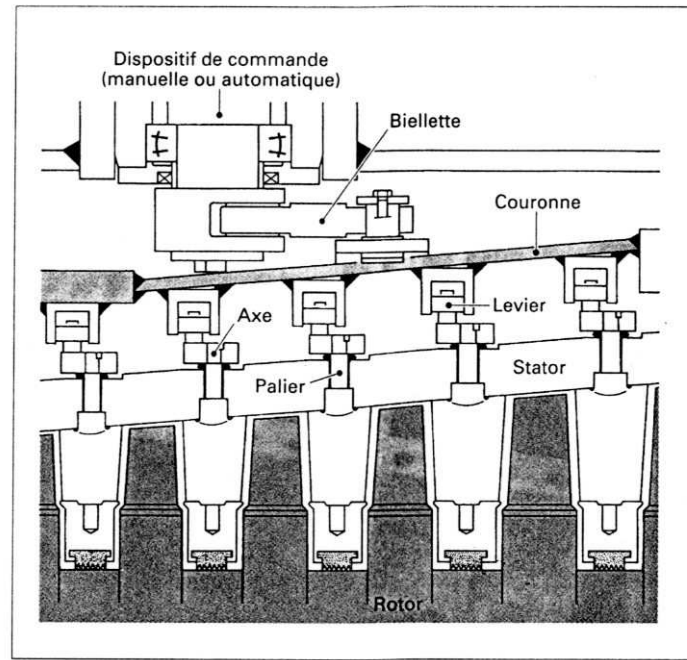


Figure 35 : *Dispositif d'orientation des aubages statoriques [2].*

B - Les compresseurs volumétriques.

Les compresseurs volumétriques ont pour principe général la variation de volume d'une cavité entre l'entrée et la sortie de la machine. Ils sont classés en deux grands types : les compresseurs alternatifs et les compresseurs rotatifs (figure 36). Ils se caractérisent par un rapport de compression pouvant atteindre des valeurs très élevées mais sont limités en débit.

La compression fractionnée en plusieurs étages favorise l'insertion de dispositifs de refroidissement du gaz permettant de réduire le travail moteur (figures 37).

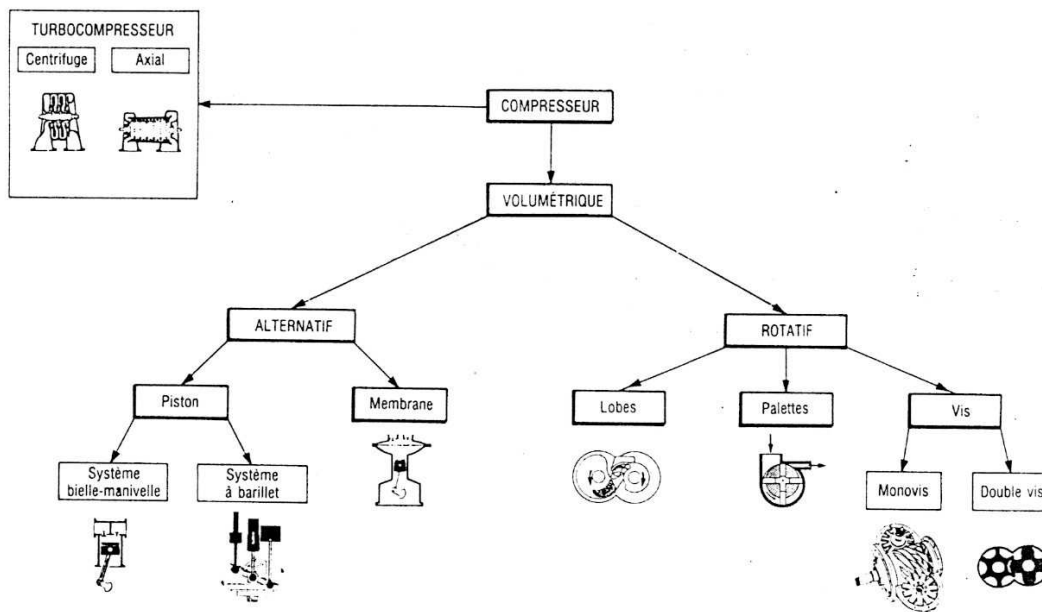


Figure 36 : Classification des compresseurs [2].

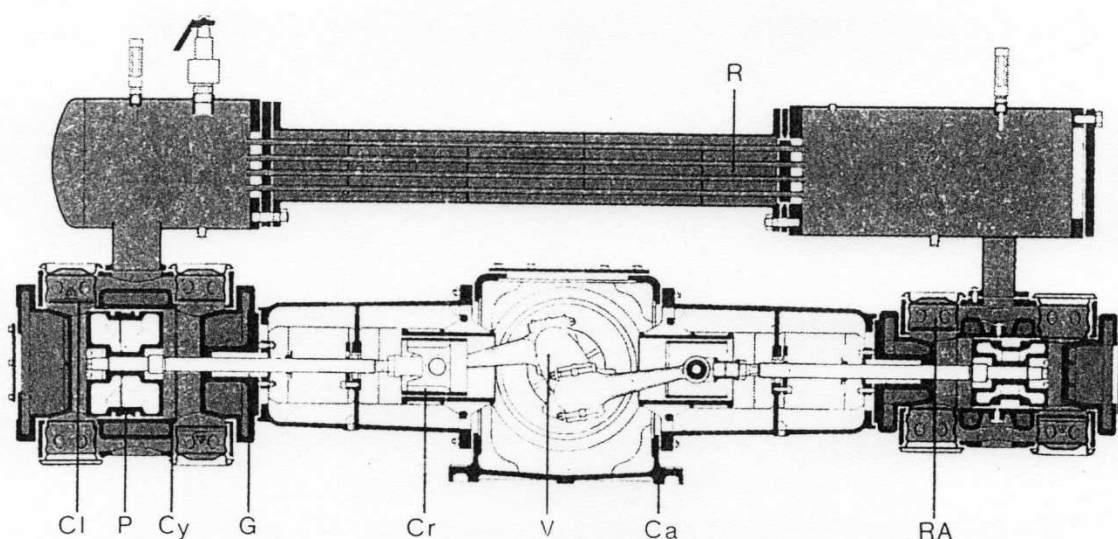


Figure 37 : Compresseur industriel à deux étages et double effet avec réfrigération intermédiaire [2].

L'aspect mécanique est très soigné en particulier le guidage axial, les différents dispositifs d'étanchéité (figure 38). De nombreuses configuration de compression sont envisageables grâce à la forme et au mode de travail des pistons (figure 39).

Dans ces machines, les clapets d'aspiration et de refoulement jouent un rôle très important : le volume mort ne doit pas augmenter. Les courses des clapets doivent être très faibles pour réduire les temps d'ouverture et de fermeture mais les pertes de charge doivent être réduites (figure 40). Comme pour les moteurs thermiques on peut disposer plusieurs clapets par cylindres.

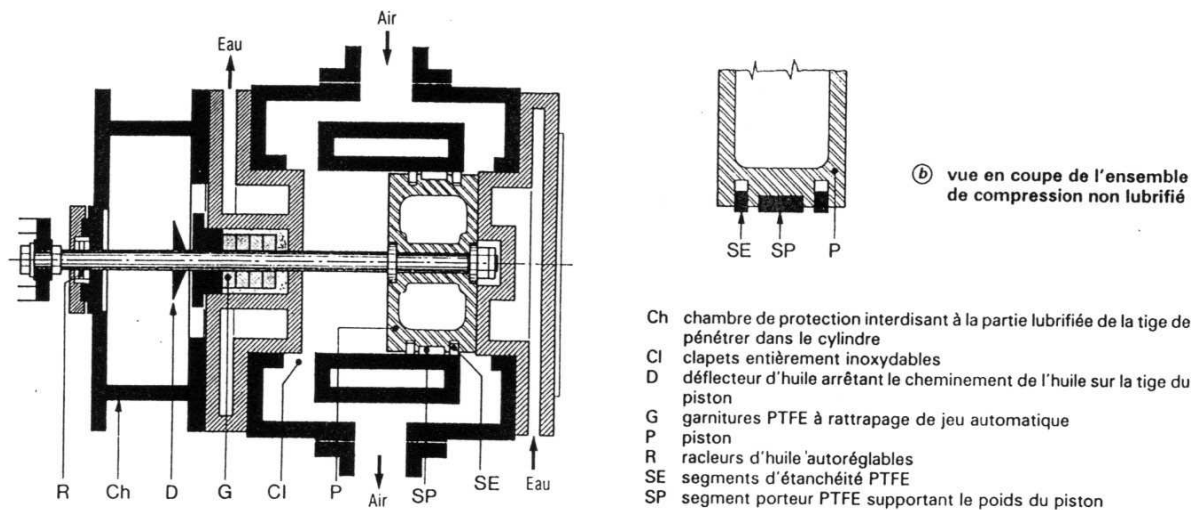


Figure 38 : Etanchéité du piston alternatif – Segments et garnitures [2].

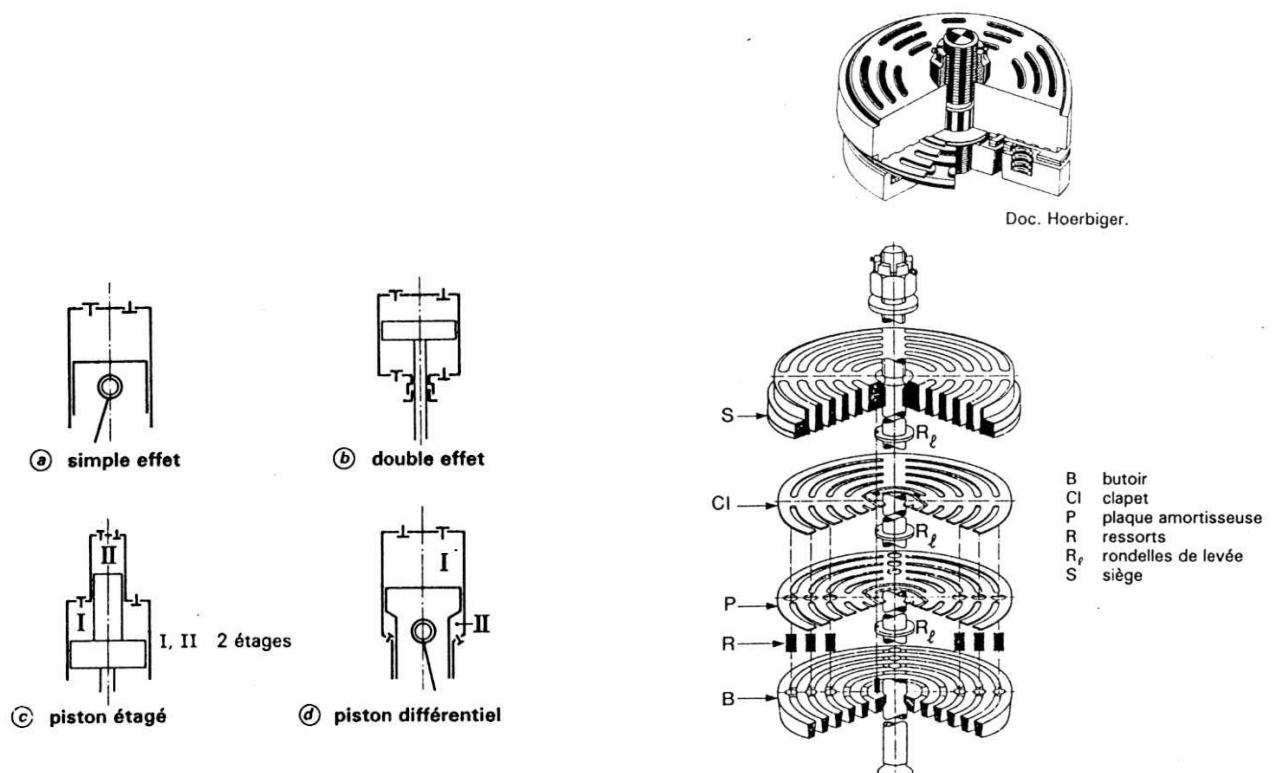


Figure 39 : Différents modes de travail du piston [2].

Figure 40 : Clapet de compresseur alternatif [HOERBINGER].

Comme pour les compresseurs alternatifs, les principes utilisés pour les compresseurs rotatifs sont innombrables (figures 41 et 42).

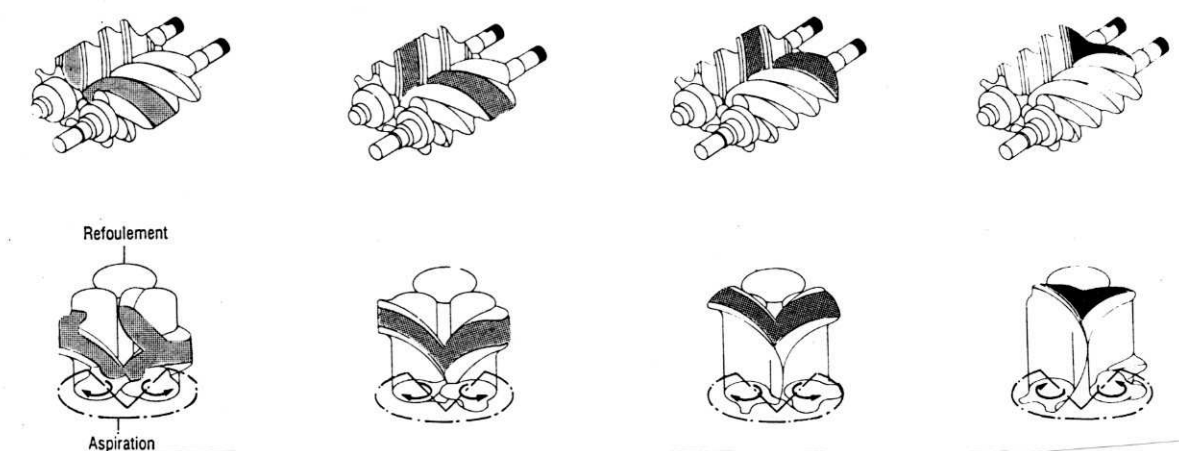


Figure 41 : Compresseur à vis [2].

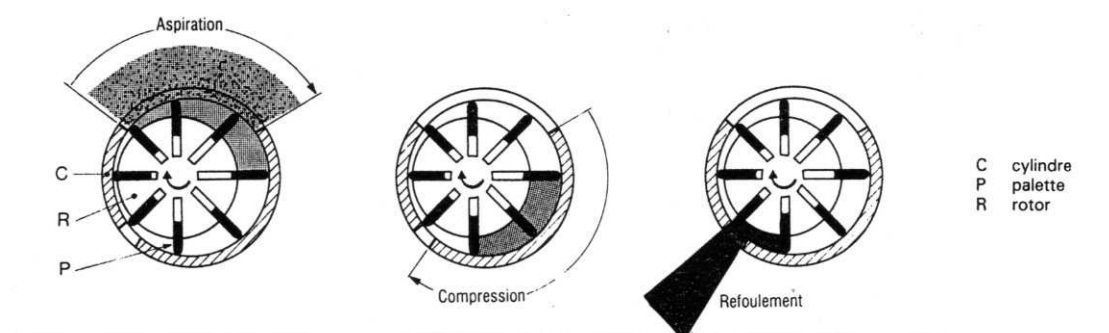


Figure 42 : Compresseur à palettes [2].

3-1 - Equations générales.

La compression des gaz, quel que soit le type de machine, peut être matérialisée par l'évolution des variables d'état du fluide sur divers diagrammes. Le diagramme retenu ici est le diagramme T - S (figure 43).

Pour passer du point d'entrée (pression p_1 , température T_1) jusqu'à la pression de sortie p_2 , plusieurs évolutions sont possibles :

- La compression isentropique (évolution adiabatique réversible ou compression calorifugée d'un fluide non visqueux) la température de sortie est égale ici à T_{2S} .
- La compression isotherme (évolution à température constante) nécessitant un refroidissement très efficace réparti tout au long de la compression.
- La compression réelle correspondant à un compromis entre refroidissement par échange de chaleur avec l'extérieur et échauffement du gaz par génération d'entropie liée aux pertes diverses au sein de l'écoulement.

Pour une compression adiabatique la température de fin de compression T_2 sera supérieure à T_{2S} ; pour une compression refroidie, T_2 sera inférieure à T_{2S} .

Il est intéressant de comparer les travaux de compression mis en œuvre pour chacune de ces évolutions. Pour cela, rappelons, l'équation générale des machines de compression :

$$\tau_{th} = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} + \Delta \frac{C^2}{2} + \tau_f \quad (100)$$

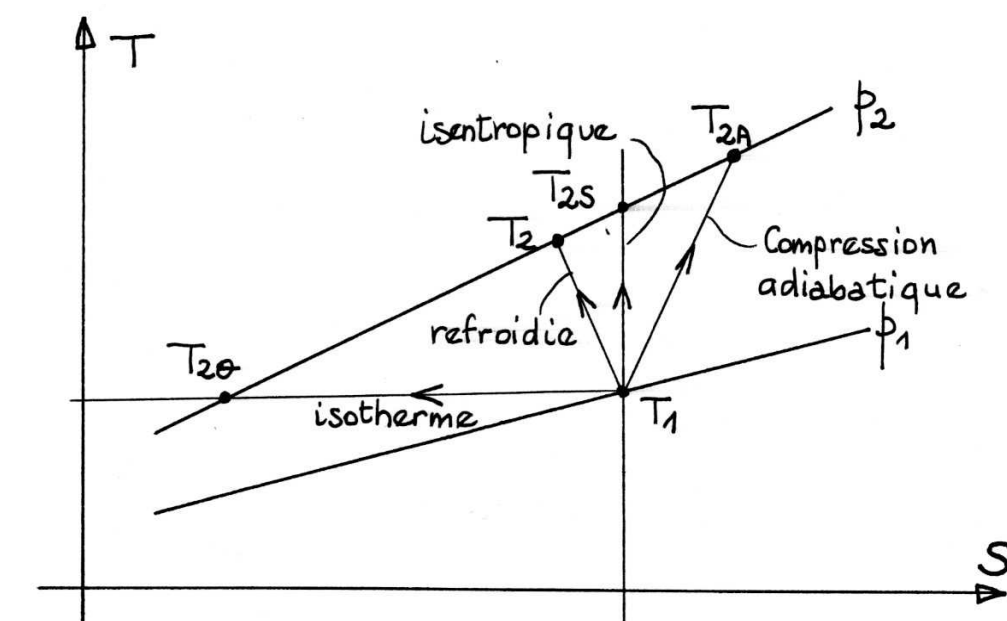


Figure 43 : Compression - évolution dans le diagramme T-S.

- τ_{th} : travail par unité de masse (J/kg) à fournir pour évoluer de l'état 1 à l'état 2.
- ρ : masse volumique du fluide en kg/m³.
- p : pression du fluide en Pa.
- $\Delta \frac{C^2}{2}$: variation d'énergie cinétique de l'état 1 à l'état 2 supposée négligeable ci-dessous.
- τ_f : travail de frottement du fluide (pertes de charge).

Compression isotherme :

En se plaçant dans le cadre du fluide non visqueux ($\tau_f = 0$) et dans l'hypothèse où l'énergie cinétique est négligeable, l'intégration du terme de pression pourra s'effectuer à partir de l'équation d'état des gaz parfaits :

$$\frac{p}{\rho} = r T = r T_1 = cte$$

permettant de calculer le travail de compression :

$$\tau_\theta = \int_1^2 \frac{dp}{\rho} = r T_1 \int_1^2 \frac{dp}{p} = r T_1 \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (101)$$

ou encore :

$$\tau_\theta = \frac{p_1}{\rho_1} \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (102)$$

Le travail de compression en évolution isentropique (18) permet de calculer τ_{th} quel que soit l'exposant retenu :

$$\tau_{th} = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (103)$$

Application numérique:

Examinons les conditions de compression d'air depuis les conditions initiales :

$$p_1 = 1 \text{ bar}$$

$$T_1 = 20^\circ\text{C}$$

jusqu'à la pression finale $p_2 = 6$ bars.

Evolution isotherme :

$$T_2 = T_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{r T_1} = \frac{1 \cdot 10^5}{287.293} = 1,189 \text{ kg/m}^3$$

$$\tau_\theta = 1,506 \text{ J/kg}$$

Evolution isentropique :

$$\gamma = 1,4$$

$$T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 489^\circ\text{K} = 216^\circ\text{C}$$

et

$$\tau_{th} = 1,967 \text{ J/kg}$$

soit un travail supérieur de 30,6% au travail isotherme.

Cet exemple simple montre l'intérêt de refroidir au mieux en cours de compression. La figure 44 montre l'évolution du rapport τ_{th} / τ_θ pour diverses valeurs de k et du rapport de pression p_2/p_1 .

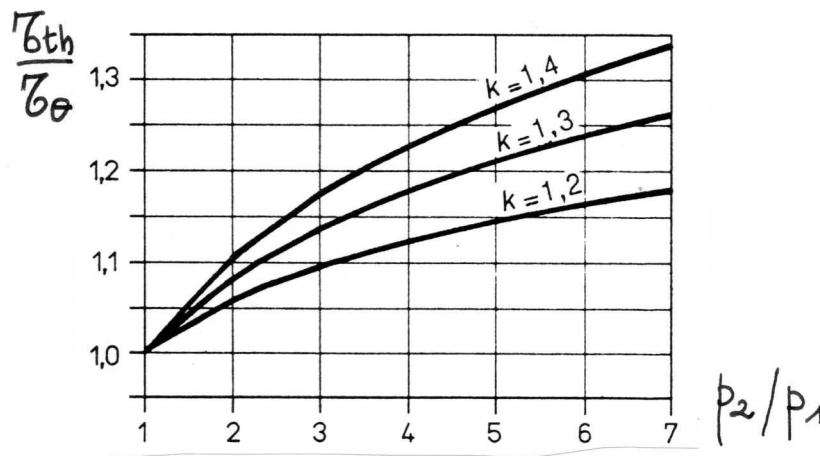


Figure 44 : Evolution du travail polytropique en fonction de l'exposant k et du rapport de compression.

Compression réelle :

Dans le cas d'une compression refroidie, on fait appel à un exposant k pour modéliser la compression. Le travail moteur prend une forme similaire au travail isentropique où γ est remplacé par K :

$$\tau_{th} = \frac{p_1}{\rho_1} \frac{k}{k-1} \left[\left[\frac{p_2}{p_1} \right]^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (104)$$

Plus le refroidissement est efficace, plus l'exposant k est faible et plus le travail moteur est réduit.

Suivant le type de refroidissement, on peut donner les valeurs moyennes suivantes pour les compresseurs volumétriques :

- | | | |
|--|---|------------|
| a) - Mono - cylindre aileté | : | $k = 1,35$ |
| b) - Mono - cylindre aileté refroidi
par ventilateur | : | $k = 1,28$ |
| c) - Bi – cylindre avec échangeur
intermédiaire et ventilateur efficace | : | $k = 1,20$ |
| d) - Idem avec refroidissement à l'eau | : | $k = 1,10$ |

Dans les mêmes conditions que celles de l'exemple déjà traité, on observerait les températures finales suivantes :

Évolution isentropique : $k = \gamma = 1,4 \rightarrow T_2 = 216^\circ\text{C}$

Évolution polytropique : $\left\{ \begin{array}{ll} k = 1,28 & \rightarrow T_2 = 160^\circ\text{C} \\ k = 1,20 & \rightarrow T_2 = 122^\circ\text{C} \\ k = 1,10 & \rightarrow T_2 = 72^\circ\text{C} \end{array} \right.$

3-2 - Etage axial de compression :

On reprendra dans ce chapitre les principales hypothèses retenues dans le cadre des étages de détente, à savoir :

les forces de pesanteur sont négligeables, la compression est isentropique et le fluide se comporte comme un gaz parfait.

Dans l'espace rotorique, la rothalpie reste constante. Cette propriété s'écrit suivant plusieurs formes :

$$I = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{C^2}{2} - U C_u = \text{cte} \quad (105)$$

$$I = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{W^2}{2} - \frac{U^2}{2} = \text{cte} \quad (106)$$

$$I = C_p T + \frac{W^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{W^2}{2} = \text{cte} \quad (107)$$

Dans l'espace statorique, il en est de même pour l'enthalpie totale :

$$H = \int \frac{dp}{\rho} + \frac{C^2}{2} = \text{cte} \quad (108)$$

$$H = C_p T + \frac{C^2}{2} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{C^2}{2} = \text{cte} \quad (109)$$

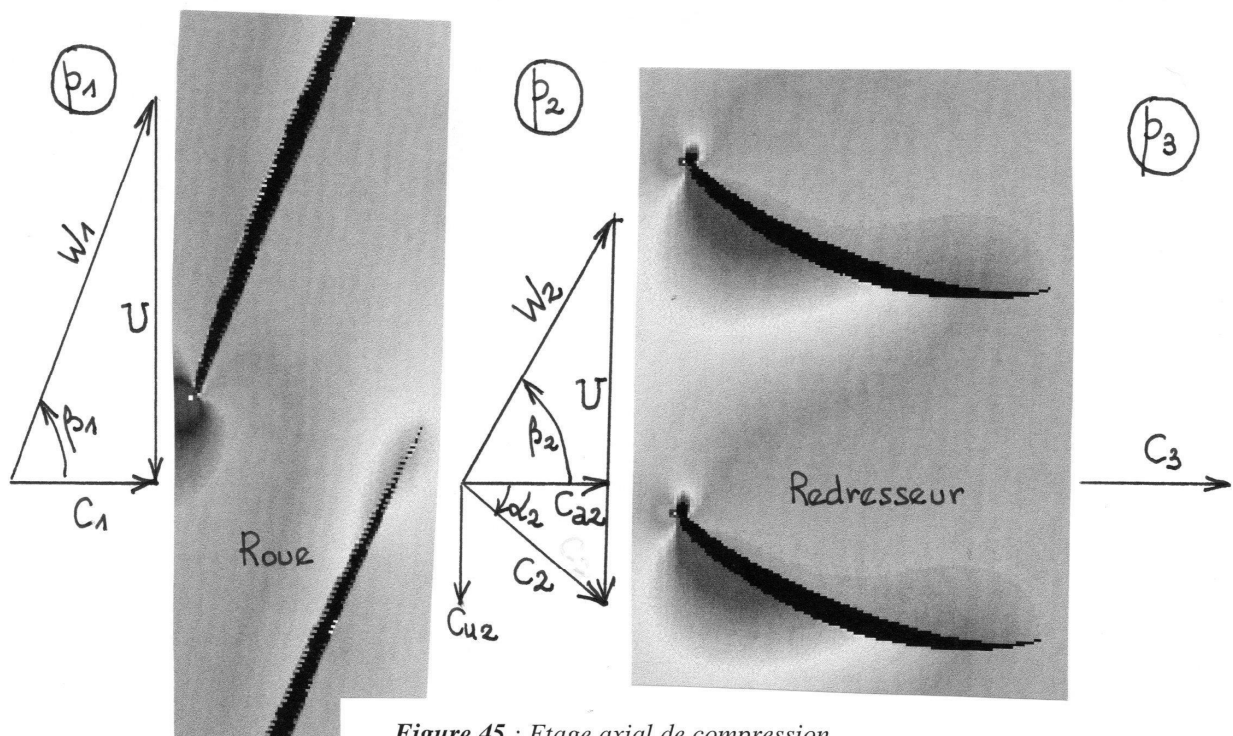


Figure 45 : Etage axial de compression

L'étage est constitué d'une roue mobile (rotor) tournant à la vitesse angulaire ω et d'un redresseur fixe (stator) ayant pour rôle de ramener la vitesse absolue suivant la direction axiale (figure 45).

Deux démarches bien distinctes sont à mettre en évidence :

A - Le problème inverse :

Il consiste à définir la géométrie d'un étage pour atteindre un certain niveau de performances : [rapport de pression - débit masse] pour une vitesse de rotation donnée.

Cette démarche de "désigner" nécessite un certain savoir-faire et une source sûre d'informations, corrélations et résultats d'essais de toutes origines.

Le point de départ consiste à définir à priori la distribution de travail radial et son incidence sur la distribution de la vitesse et de la pression (équilibre radial – voir figure 46).

L'établissement des champs de vitesse moyennés dans les sections 1, 2 et 3 sont effectués sur la base de la démarche ci-dessous où le choix des coefficients de pression et de débit doivent être effectués arbitrairement.

Coefficient de pression :

$$\psi = \frac{\Delta h_s}{U^2} = \frac{C_{u2}}{U} \quad \text{de } 0,2 \text{ à } 0,6$$

Coefficient de débit :

$$\varphi = \frac{C_a}{U} \quad \text{de } 0,3 \text{ à } 0,6$$

Angles rotoriques et statoriques :

$$\tan \beta_1 = \frac{U}{C_1} = \frac{U}{C_a} = \frac{1}{\varphi}$$

$$\tan \beta_2 = \frac{U - C_{u2}}{C_a} = \frac{1}{\varphi} [1 - \psi]$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{C_{u2}}{C_a} = \frac{\psi}{\varphi}$$

$$\tan \alpha_3 = 0$$

Une fois ces champs de vitesse établis, il convient de définir la forme des profils aérodynamiques susceptibles de les réaliser.

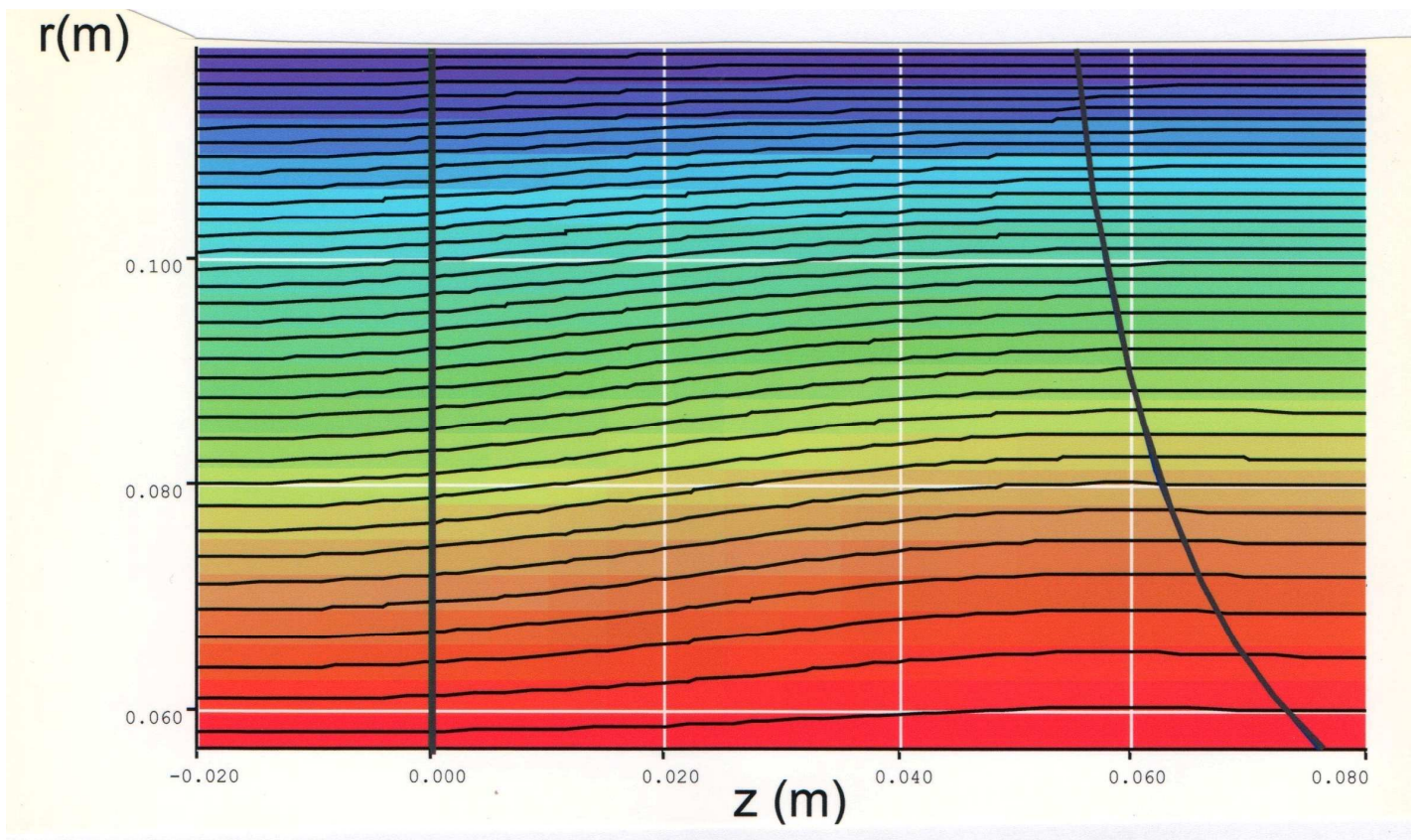


Figure 46 : Soufflante axiale lignes de courant en vue méridienne – Régime normal.

B - Le problème direct :

C'est l'analyse des performances d'une machine existante définie sur plans ou ayant fait l'objet de l'étape précédente A. L'écoulement interaubages est d'abord déterminé par le champ de vitesse relative puis absolue C/C_1 (figure 47).

L'équation (105) permet d'en déduire le champ de pression par la relation de St-Venant :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{C^2}{2} - U C_u = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{C_1^2}{2} \quad (110)$$

puis le champ de température :

$$C_p T + \frac{C^2}{2} - U C_u = C_p T_1 + \frac{C_1^2}{2} \quad (111)$$

et enfin la vitesse locale du son : $a = \sqrt{\gamma r T}$ (112)

et le nombre de Mach local : $M = \frac{C}{a}$ (113)

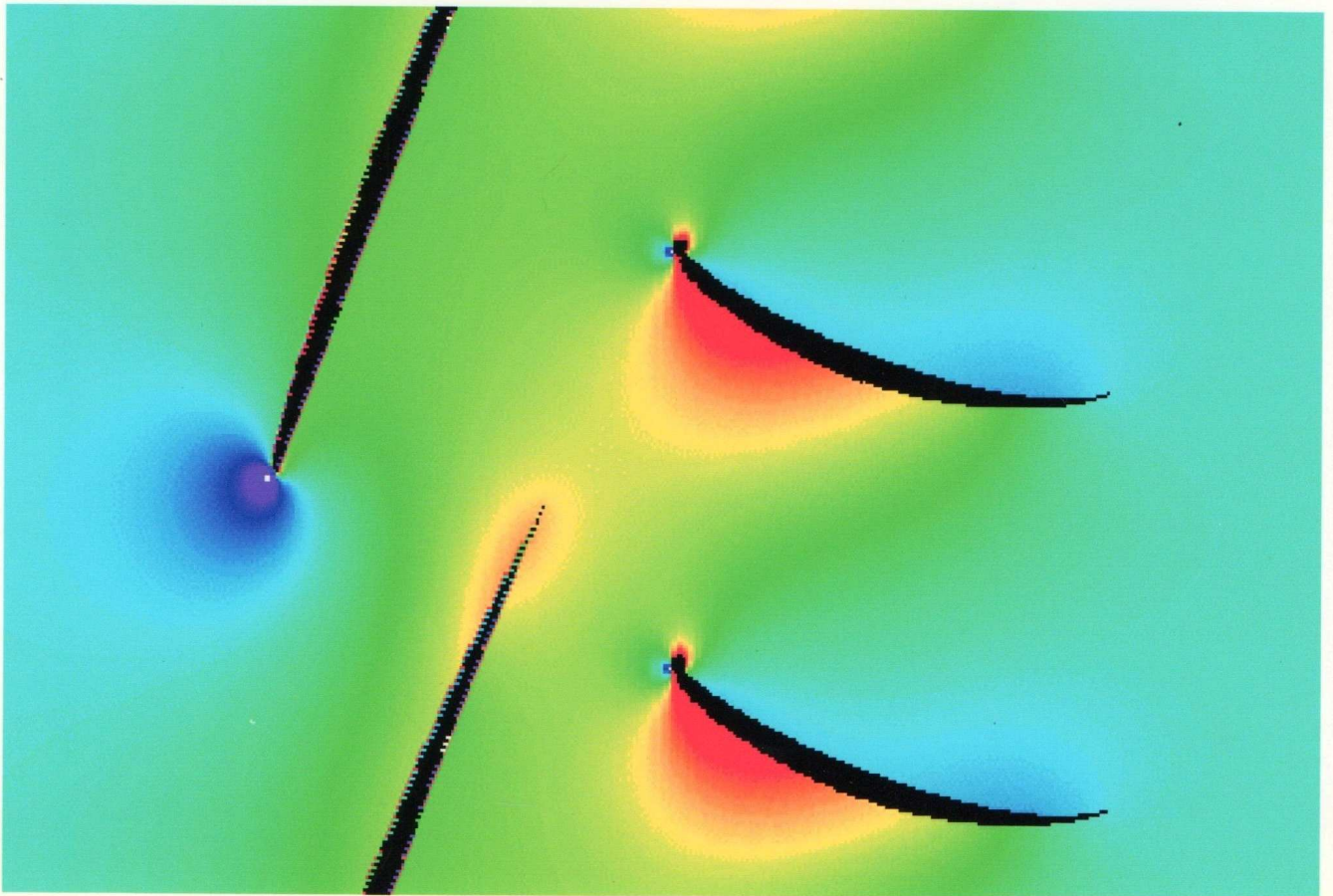


Figure 47 : *Champ de vitesse absolue de l'ensemble rotor-stator.*

3-3 – Caractéristiques globales des compresseurs axiaux :

Les caractéristiques globales se présentent généralement sous la forme du rapport de pression en fonction du débit masse et pour diverses vitesses de rotation. Elles sont souvent mesurées sur le compresseur complet c'est à dire en version multiétagée (voir par exemple figure 48).

Pour les compresseurs transsoniques, la caractéristique présente une allure verticale (figure 49) correspondant au blocage du débit par l'apparition dans l'espace interaubages d'une onde de choc (figure 50).

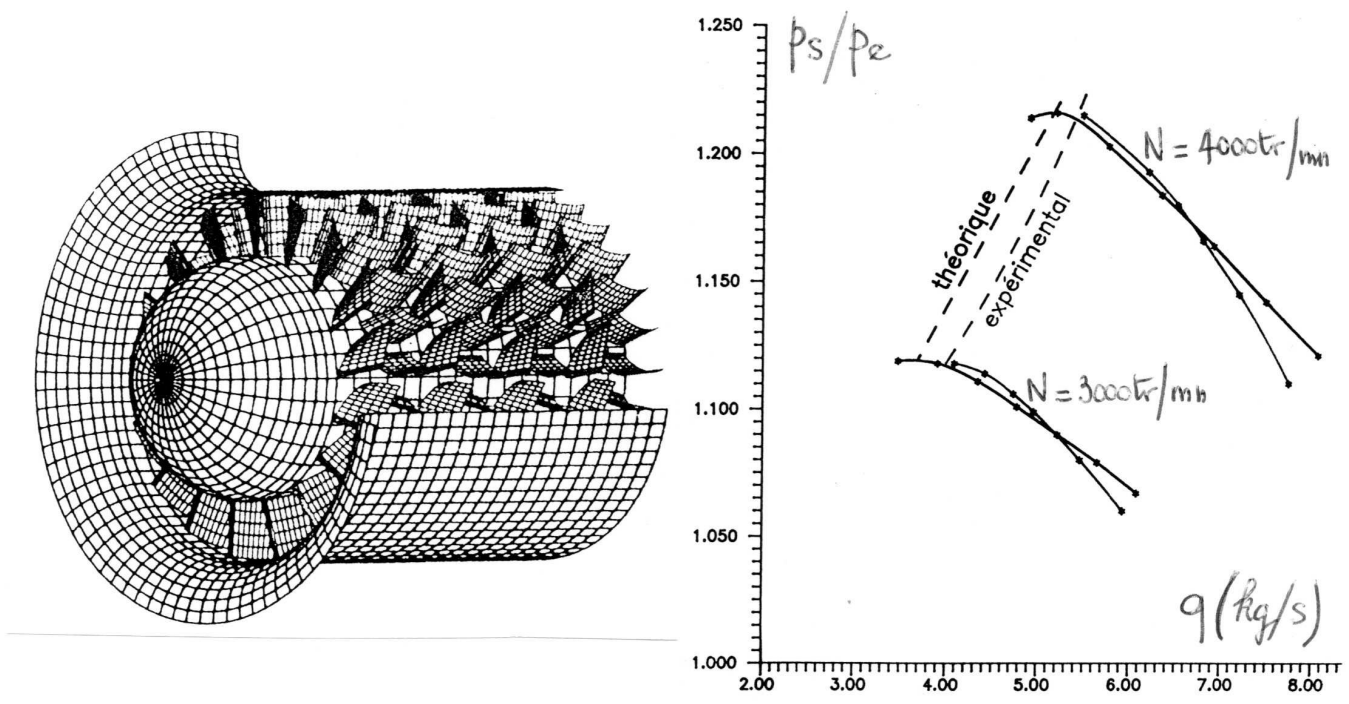


Figure 48 : Compresseur axial subsonique multiétage du LEMFI.

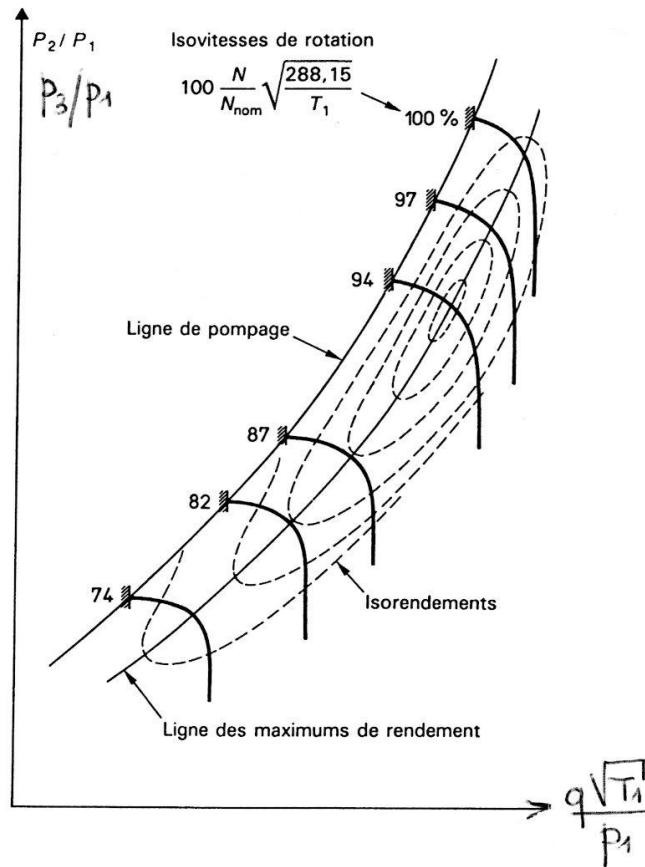


Figure 49 : Caractéristique globale pression-débit.

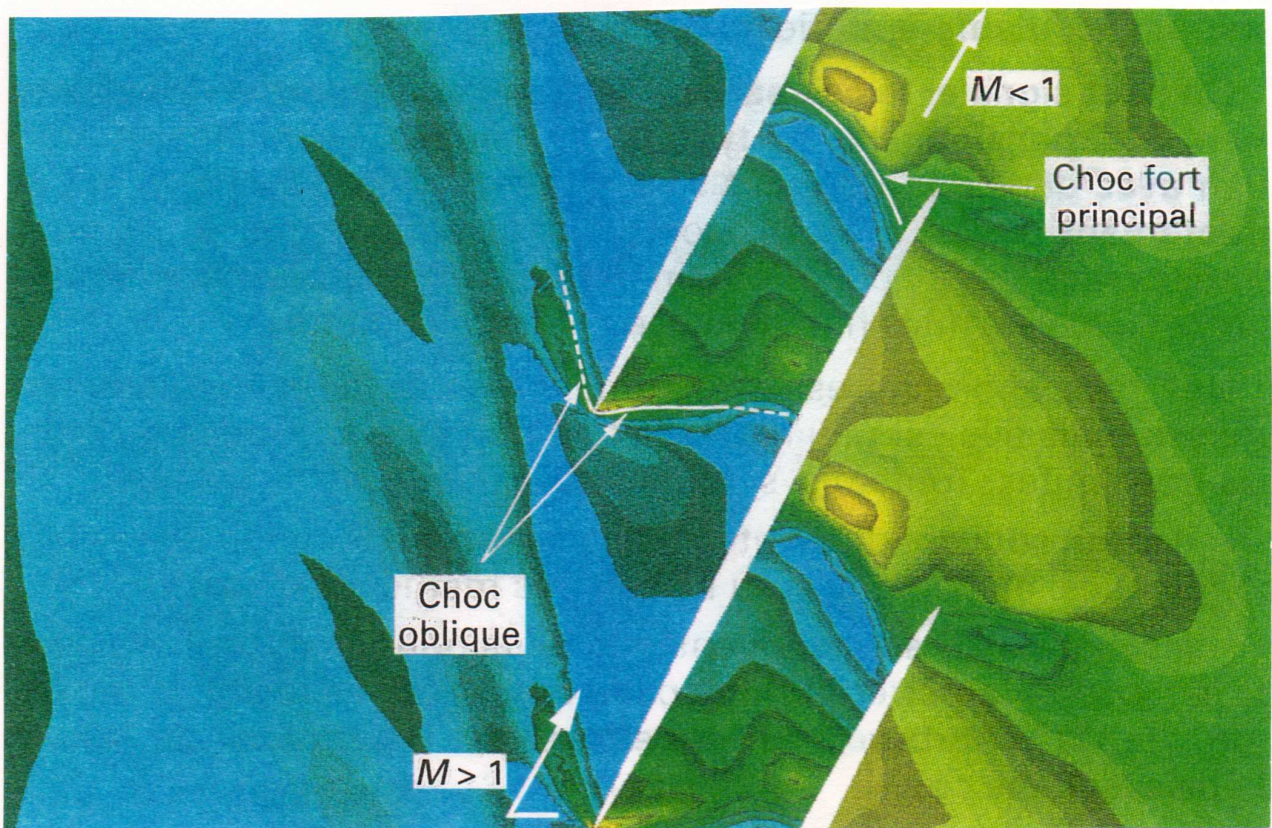


Figure 50 : Blocage du débit dans l'espace interaubages rotorique [ONERA].

Comme pour les turbines, on démontre que les paramètres adimensionnels se ramènent à :

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{q\sqrt{T_1}}{p_1} &= F\left(\frac{N}{\sqrt{T_1}}, \frac{p_3}{p_1}\right) \\ \eta_c &= G\left(\frac{N}{\sqrt{T_1}}, \frac{p_3}{p_1}\right)\end{aligned}} \quad (114)$$

La ligne de pompage limite l'utilisation du compresseur en débit partiel : fonctionnement instable sur le plan vibratoire lié à des décollements tournants à l'entrée du rotor.

3-4 - Compresseurs volumétriques alternatifs :

Quelques éléments importants seront abordés ici, ils concernent tous les diverses pertes des compresseurs volumétriques.

A - Coefficient de remplissage et espace mort :

Observons le fonctionnement du compresseur sur la figure 51 suivante où les clapets sont supposés parfaits. Les temps d'ouverture et de fermeture des clapets conditionnent directement le rendement volumétrique du compresseur : en phase de refoulement, une partie du débit aspiré est refoulé dans l'aspiration (retard de fermeture du clapet d'aspiration). En phase d'aspiration, une partie du gaz déjà refoulé est réaspiré au travers du clapet de refoulement (retard de fermeture du clapet de refoulement).

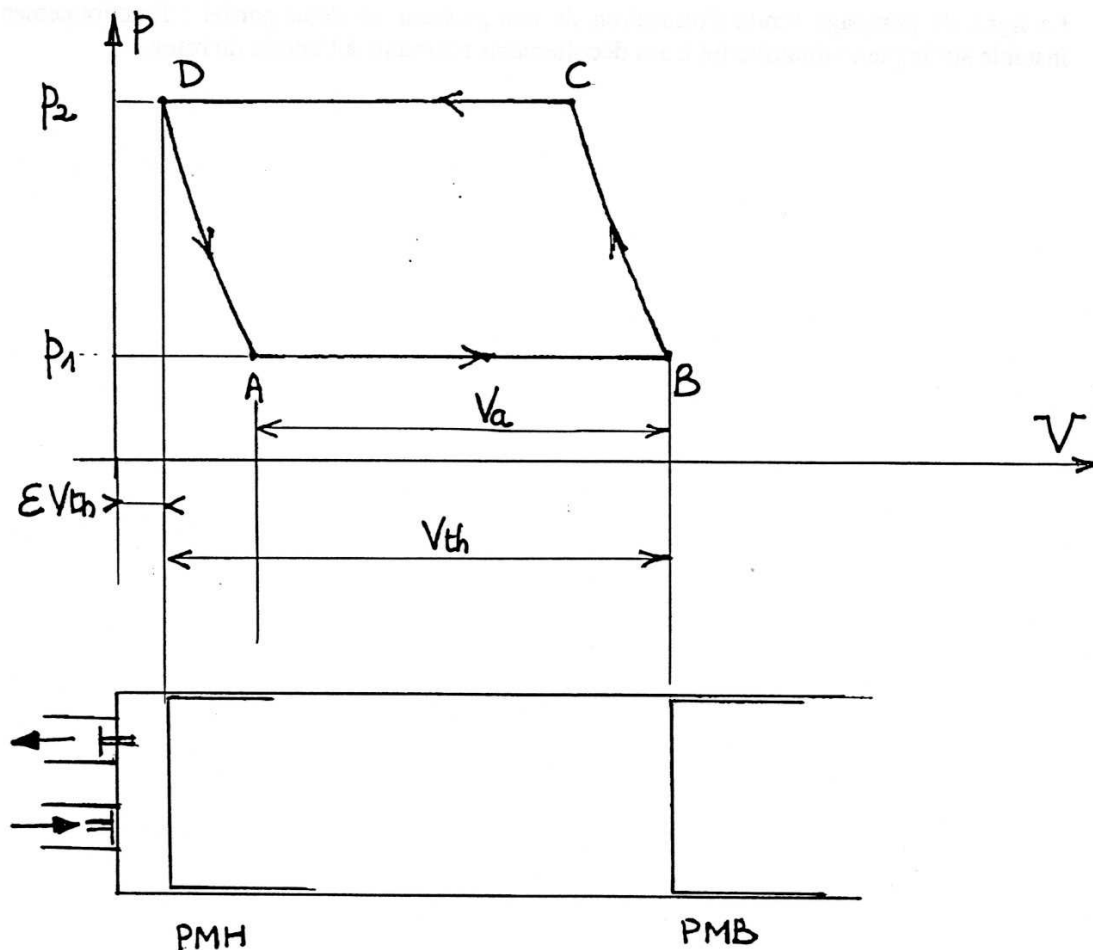


Figure 51 : Cycle de compression en fonction du balayage du piston.

On définit sur le diagramme précédent les différentes phases :

- BC : compression
- CD : débit à pression constante

DA : détente du gaz contenu dans l'espace mort
 AB : aspiration à pression constante

On définit également les volumes suivants :

V_{th} : volume balayé par les pistons
 V_a : volume réellement aspiré

Le coefficient de remplissage est défini par le rapport : $\eta_v = \frac{V_a}{V_{th}}$ (115)

On démontre que celui-ci prend la forme :

$$\eta_v = 1 - \epsilon \left[\left[\frac{p_2}{p_1} \right]^{1/k} - 1 \right] \quad (116)$$

où ϵ représente l'espace mort.

Pour $\frac{p_2}{p_1} = 6,32$ et $k = 1,3$ on observe les valeurs suivantes :

$\epsilon = 1\%$	$\eta_v = 96,8$
$\epsilon = 2\%$	$\eta_v = 93,7$
$\epsilon = 3\%$	$\eta_v = 90,6$
$\epsilon = 4\%$	$\eta_v = 87,5$
$\epsilon = 5\%$	$\eta_v = 84,3$

Pour un même compresseur, le passage de 1% à 5% d'espace mort entraîne une baisse de débit de l'ordre de 15%.

Pression de refoulement maximale :

C'est la valeur pour laquelle le débit du compresseur s'annule. On obtient cette condition limite à partir de la relation précédente lorsque le coefficient de remplissage s'annule :

$$0 = 1 - \epsilon \left[\left[\frac{p_{2 \max}}{p_1} \right]^{1/k} - 1 \right]$$

soit :

$$p_{2 \max} = p_1 \left[\frac{1 + \epsilon}{\epsilon} \right]^k$$

Pour $p_1 = 1$ bar et $k = 1,3$ on obtient :

$\epsilon = 1\%$	$p_{2 \max} = 403$ bars
$\epsilon = 2\%$	$p_{2 \max} = 166$ bars
$\epsilon = 3\%$	$p_{2 \max} = 99$ bars
$\epsilon = 4\%$	$p_{2 \max} = 69$ bars
$\epsilon = 5\%$	$p_{2 \max} = 52$ bars

B - Influence des pertes de charges :

Dans un compresseur volumétrique les pertes de charges sont de plusieurs nature mais essentiellement liées aux changement rapide de section et de direction (clapets) ainsi qu'aux frottement dans les tuyauteries de liaison et éventuellement l'échangeur thermique. Ces dernières pertes sont directement liées aux vitesses d'écoulement et donc aux sections de passages offertes. Si l'on suppose que les pertes dans les clapets d'aspiration et de refoulement sont égales à Δp , le travail moteur prendra la forme suivante :

$$\tau = \frac{p_1}{\rho_1} \frac{k}{k-1} \left[\left[\frac{p_2 + \Delta p}{p_1 - \Delta p} \right]^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (117)$$

Toujours pour le même exemple numérique avec $k = 1,35$ et $\Delta p = 0,3$ bar, on obtient les valeurs suivantes :

sans pertes	:	$\tau_{th} = 1,98.10^5$ J/kg
avec pertes	:	$\tau = 2,56.10^5$ J/kg

soit une augmentation de 29,3% du travail à fournir au fluide.

C - Influence du refroidissement :

Le compresseur est constitué de deux étages en série. Le refroidissement est assuré par des ailettes équipant les corps de cylindre ainsi que par un refroidissement intermédiaire à serpentin situé entre la sortie du premier étage et l'entrée du second. L'ensemble est refroidi à l'air par un ventilateur à roue ouverte (figure 52).

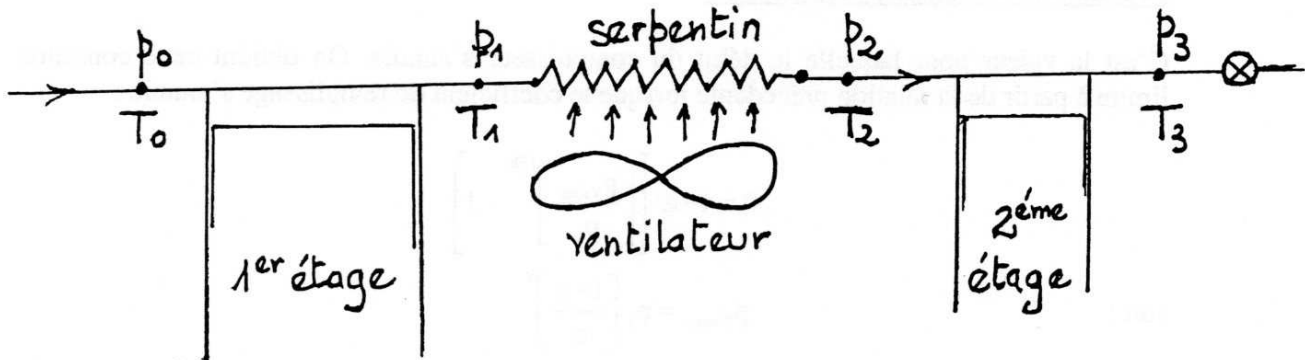


Figure 52 : Schématisation du compresseur.

Un dispositif expérimental est mis en place et permet de relever les valeurs des différentes pressions et températures.

Ces essais ont pour but de définir les exposants polytropiques k de chacun des deux étages ainsi que de l'ensemble du compresseur.

Les résultats sont donnés dans le tableau numérique ci-dessous pour diverses valeurs de la pression de refoulement :

p₀ bars	T₀ °C	p₁ bars	T₁ °C	p₂ bars	T₂ °C	p₃ bars	T₃ °C
1	20	4,8	166,3	4,25	54	6,7	75
1	20	5	174,4	4,40	56	9,8	101
1	20	5,5	184	5,00	56,8	20,8	146
1	20	6,0	190	5,40	56,3	31,5	168

La relation général polytropique (21) appliquée au 1^{er} étage, au second étage et à l'ensemble du compresseur donne les valeurs suivantes :

$$\begin{array}{lll}
 1^{\text{er}} \text{ étage} & : & k_1 = 1,35 \\
 2^{\text{ème}} \text{ étage} & : & k_2 = 1,19 \\
 \text{ensemble} & : & k = 1,12
 \end{array}$$

Dans l'absolu, ces valeurs sont acceptables et traduisent un refroidissement globalement très convenable hormis cependant le premier étage. On notera l'excellente du refroidissement intermédiaire.

D - Détermination des pertes de clapets :

Les pertes de clapet sont calculées à partir des résultats d'essais effectués à vide et obtenus en débranchant toutes les tuyauteries entrant et sortant des 2 cylindres puis en mesurant les températures correspondantes. On trouve :

$$\begin{array}{lll}
 1^{\text{er}} \text{ étage} & : & \text{température de sortie} = 60^{\circ}\text{C} \\
 2^{\text{ème}} \text{ étage} & : & \text{température de sortie} = 38^{\circ}\text{C}
 \end{array}$$

grâce à ces valeurs on peut définir Δp du 1^{er} et 2^{ème} étage par la relation :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[\frac{p_2}{p_1} \right]^{\frac{k-1}{k}}$$

où k prend les valeurs issues du paragraphe précédent.

On a ici :

$$\begin{array}{l}
 p_2 = p_0 + \Delta p \\
 p_1 = p_0 - \Delta p \\
 T_1 = 20^{\circ}\text{C} = 293^{\circ}\text{K} \\
 p_0 = 1 \text{ bar}
 \end{array}$$

On obtient pour le 1^{er} cylindre $\Delta p_1 = 0,242 \text{ bar}$ et pour le 2^{ème} cylindre $\Delta p_2 = 0,185 \text{ bar}$.

ANNEXE 2

REALISATIONS TECHNOLOGIQUES

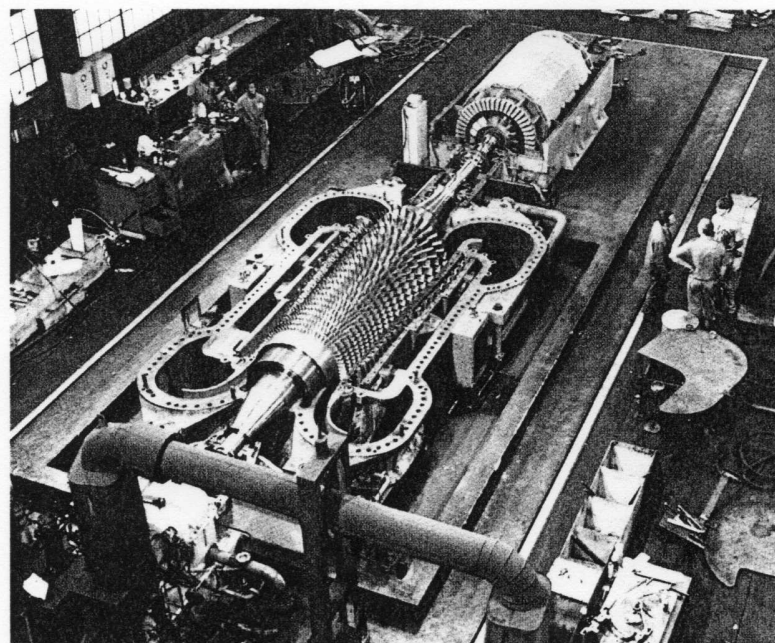
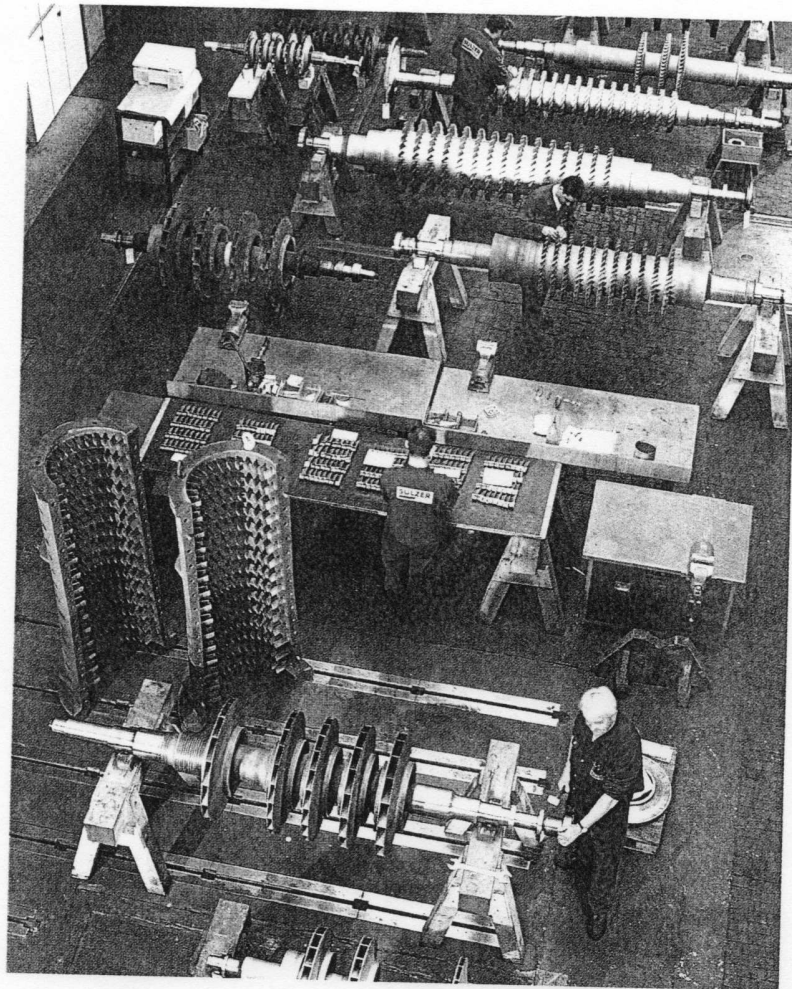


Figure B1 : Compresseurs en cours de montage (SULZER).

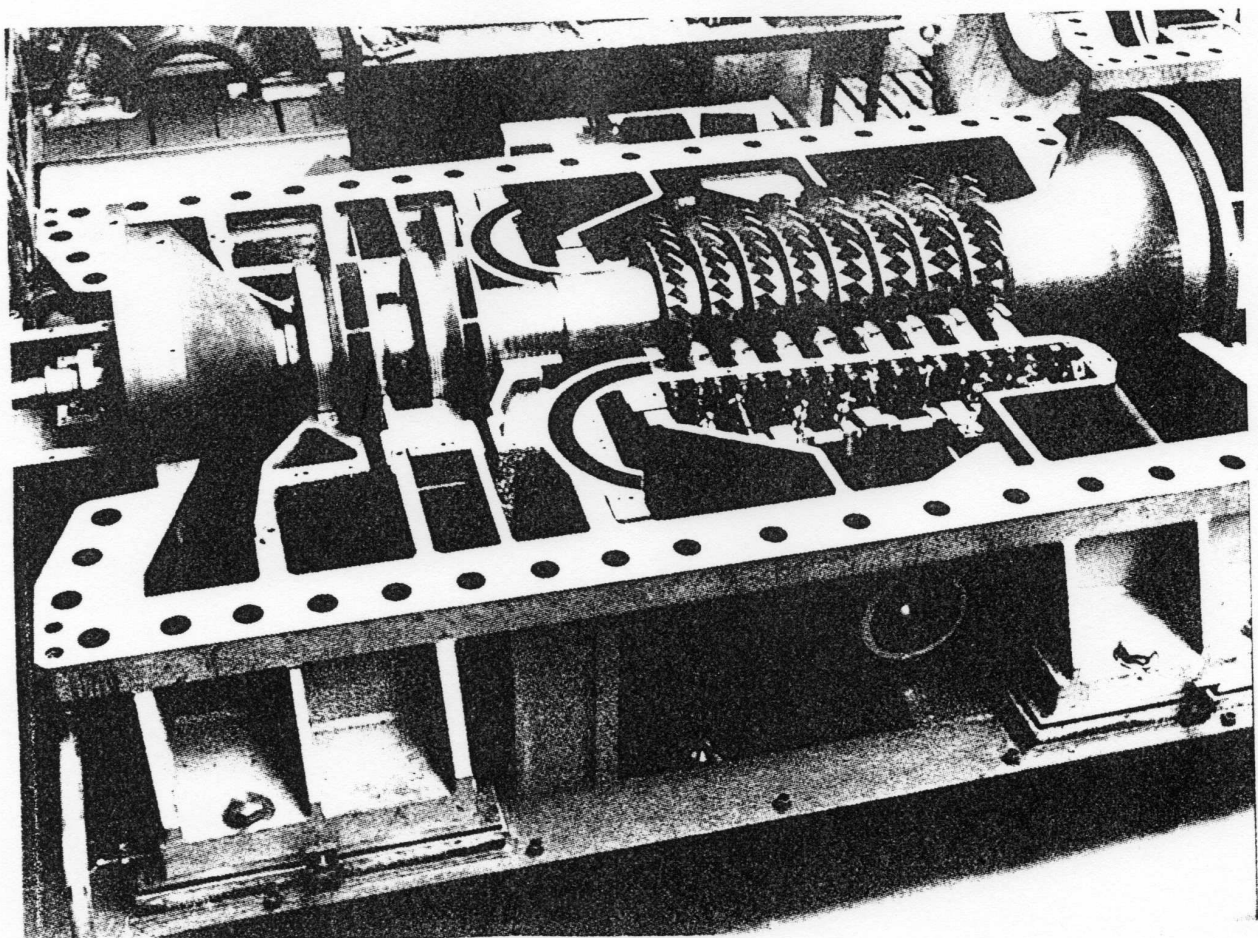
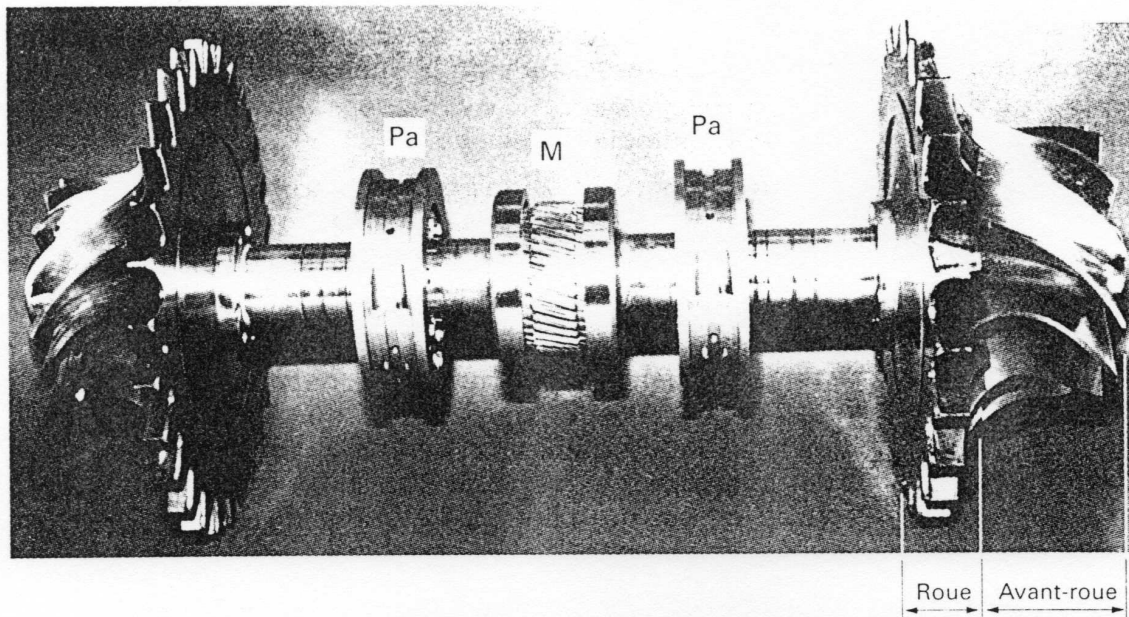


Figure B2 : *Compresseurs centrifuges et axial (RATEAU).*

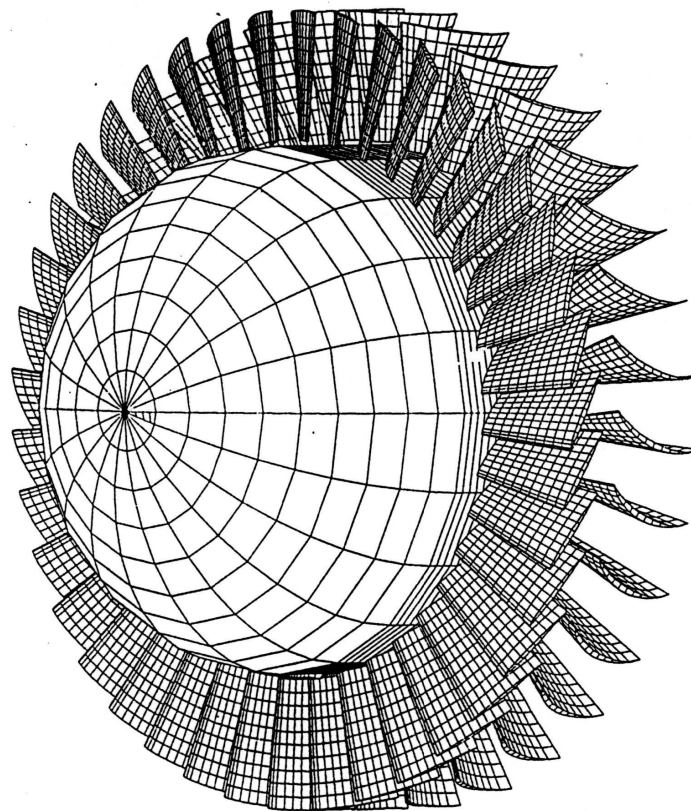
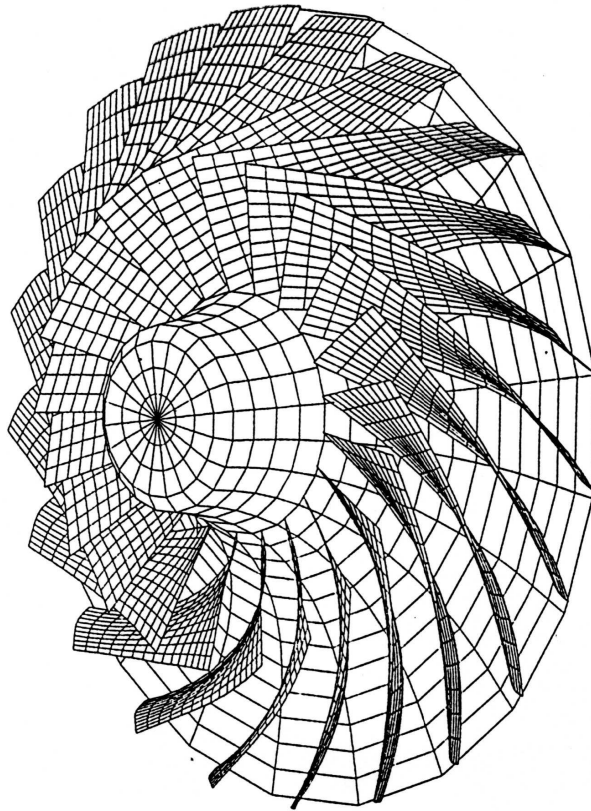


Figure B3 : Compresseurs centrifuge et axial – Dessin 3D.

Références bibliographiques

- [1] – Les Turbines – A. HOUBERECHTS – 1972 – Ed. VANDER.
- [2] – Les Techniques de l'Ingénieur – Tome B4 – Machines hydrauliques et thermiques.
- [3] – Turbines à vapeur à contre pression – FIVES-CAIL BABCOCK.
- [4] – Mécanique expérimentale des fluides – R. COMOLET – Ed. MASSON.
- [5] – Mécanique des fluides appliquée – Tome II – R. OUZIAUX – Ed. DUNOD.
- [6] – Mécanique des fluides – J.P. BARRAND, A.C. BAYEUL-LAINÉ, D. BRUNEAU,
R. REY – UV 3G01 – ENSAM.

ANNEXES ET RAPPELS

R.1. - Produit vectoriel

Soient deux vecteurs \vec{V}_1 et \vec{V}_2 définis par leurs composantes respectives (coordonnées cartésiennes) :

$$\vec{V}_1 = \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{V}_2 = \begin{pmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{pmatrix}$$

On définit le produit vectoriel par :

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{pmatrix} v_1 w_2 - w_1 v_2 \\ w_1 u_2 - u_1 w_2 \\ u_1 v_2 - v_1 u_2 \end{pmatrix}$$

Si \vec{V}_1 et \vec{V}_2 sont colinéaires, $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{O}$

R.2. - Produit scalaire

Le produit scalaire de \vec{V}_1 par \vec{V}_2 est défini par :

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = u_1 u_2 + v_1 v_2 + w_1 w_2 = V_1 V_2 \cos \alpha$$

Si \vec{V}_1 et \vec{V}_2 sont perpendiculaires, $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$

R.3. - Gradient d'une fonction scalaire ϕ

La fonction $\phi(x, y, z)$ a pour gradient le vecteur suivant :

$$\vec{\text{grad}} \varphi = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial y} \end{vmatrix}$$

coordonnées cartésiennes

$$\vec{\text{grad}} \varphi = \begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \\ r \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{vmatrix}$$

coordonnées cylindriques

R.4. - Divergence

Soit le vecteur $\vec{V} = \begin{vmatrix} u \\ v \\ w \end{vmatrix}$, on définit sa divergence par le scalaire

$$\text{div } \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{coordonnées cartésiennes})$$

R.5. - Rotationnel

Le vecteur \vec{V} a pour rotationnel le vecteur :

$$\text{rot } \vec{V} = \begin{vmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{vmatrix}$$

R.6. - Laplacien

Laplacien d'une fonction $\varphi(x, y, z)$:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

et en coordonnées cylindriques :

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$$

R.7. - Théorème de Green-Ostrogradski

$$\iint_S \vec{n} \cdot \vec{A} dS = \iiint_V \operatorname{div} \vec{A} \cdot dV$$

R.8. - Différentielle totale

Soit ϕ une fonction des coordonnées et du temps :

$$\phi = \phi(x, y, z, t)$$

La différentielle totale de ϕ sera donnée par :

$$d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz + \frac{\partial \phi}{\partial t} dt$$

Inversement, la fonction $K = K_1 dx + K_2 dy + K_3 dz + K_4 dt$ est une différentielle totale exacte égale à dU si l'on a simultanément :

$$K_1 = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad K_2 = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad K_3 = \frac{\partial U}{\partial z}, \quad K_4 = \frac{\partial U}{\partial t}$$

R.14. - Mouvement relatif

Ecrivons l'irrotationnalité de l'écoulement absolu :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot} \vec{C}} = 0$$

En coordonnées cylindriques, cette relation vectorielle s'écrit :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot} \vec{C}} = \begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial C_a}{\partial \theta} - \frac{\partial C_u}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial C_r}{\partial z} - \frac{\partial C_a}{\partial r} = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(r C_u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial C_r}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

En remplaçant chaque composante de la vitesse absolue par sa valeur en fonction des composantes relatives et d'entraînement :

$$\vec{C} = \vec{U} + \vec{W} = \begin{vmatrix} 0 \\ \omega r + \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} W_r \\ W_u \\ W_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_r = W_r \\ C_u = \omega r + W_u \\ C_a = W_a \end{vmatrix}$$

Le système (1) s'écrit :

$$\vec{\text{rot}} \vec{C} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial W_a}{\partial r} - \frac{\partial W_u}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_a}{\partial r} = 0 \\ 2\omega + \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} = 0 \end{vmatrix} \quad (2)$$

En observant que le rotationnel de \vec{U} s'écrit :

$$\vec{\text{rot}} \vec{U} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 2\omega \end{vmatrix}$$

Le système (2) peut s'écrire :

$$\vec{\text{rot}} \vec{C} = \vec{\text{rot}} \vec{W} + 2 \vec{\omega}$$

ou encore :

$$\vec{\text{rot}} \vec{W} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \frac{\partial W_a}{\partial r} - \frac{\partial W_u}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial W_r}{\partial z} - \frac{\partial W_a}{\partial r} = 0 \\ \frac{1}{r} \frac{\partial(rW_u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial W_r}{\partial \theta} = -2\omega \end{vmatrix} \quad (3)$$

Le mouvement relatif est donc rotationnel.

OUVRAGES GENERAUX

- 101 - R. COMOLET : « Mécanique expérimentale des fluides »
1982 - Ed. Masson - Paris

- 102 - R. OUZIAUX et J. PERRIER : « Mécanique des fluides appliquée »
1972 - Ed. Dunod - Paris

- 103 - A. HOUBERECHT : « Les turbines »
1972 - Ed. Vander - Louvain

- 104 - KARASSIK : « Pump Handbook »
1976 - Ed. Mc Graw Hill Co - New York

- 105 - I. RYHMING : « Dynamique des fluides »
1985 - Ed. Presses Polytechniques Romandes

- 106 - G.T. CSANADY : « Theory of turbomachinery »
1964 - Ed. Mc Graw Hill Co - New York

- 107 - G. MEAUZE et A. CARRERE : « Etude aérodynamique de l'écoulement dans les aubages de machines tournantes »
1984 - Cours à l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace

- 108 - F. LEBOEUF, R. VOUILLARMET, P. FERRAND : « Aérothermodynamique des turbomachines »
Cours de l'Ecole Centrale de Lyon

- 109 - R. REY, F. BAKIR, R. NOGUERA : « Aérohydrodynamique et efficacité des Turbomachines »
Cours à l'ENSAM - CER Paris - Thème INGEM - Tomes I et II